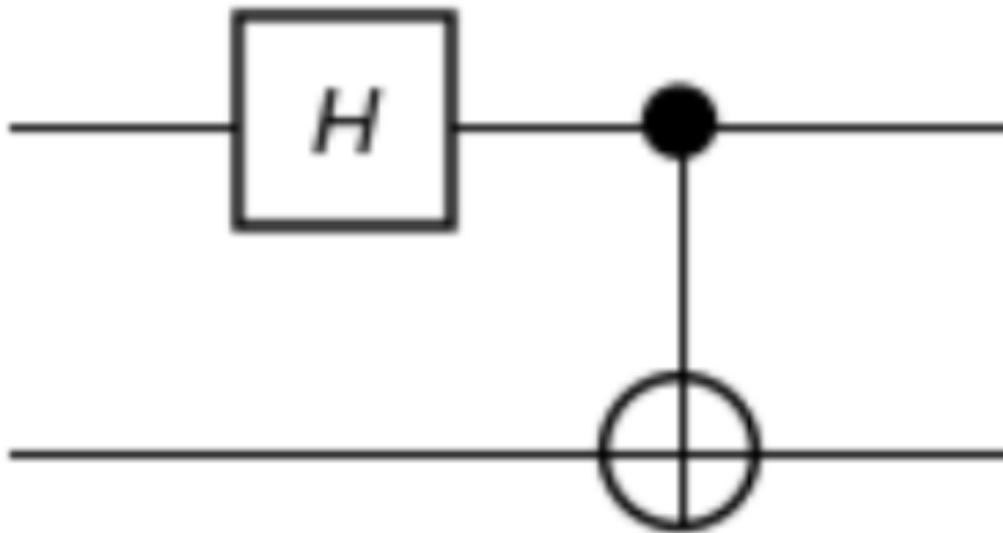


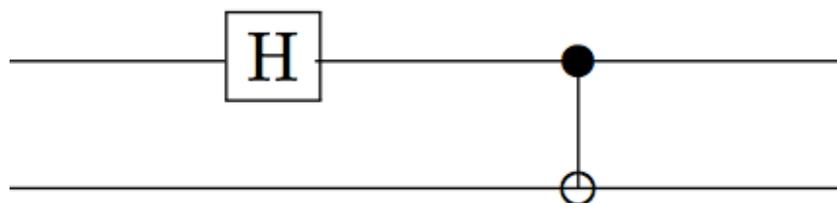
# Bell State ゲート

# Bell State ゲート

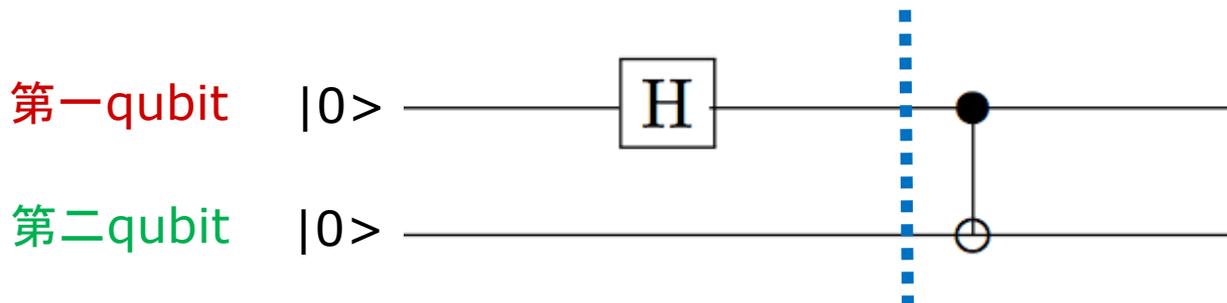


# Bell States ゲート

□ 次のような回路を考える。

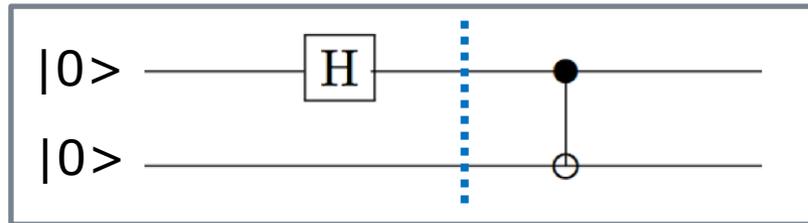


□ この回路に  $|00\rangle$  を入力として与える。点線のところまで考える

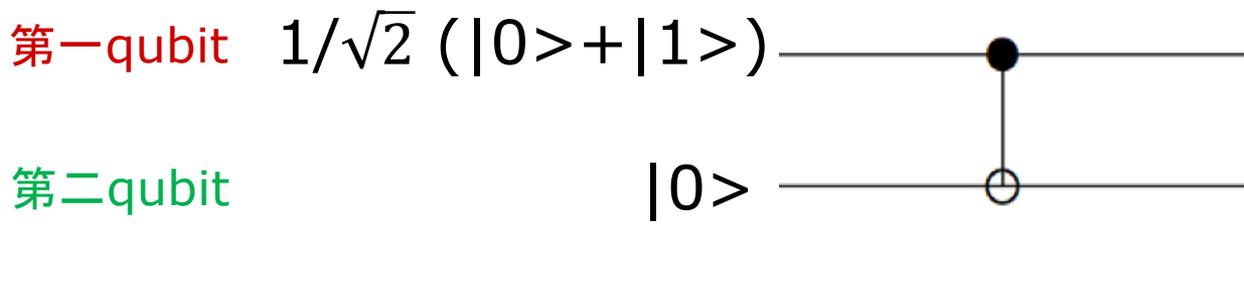


$$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle$$

# Bell States ゲート 入力が $|00\rangle$ の場合

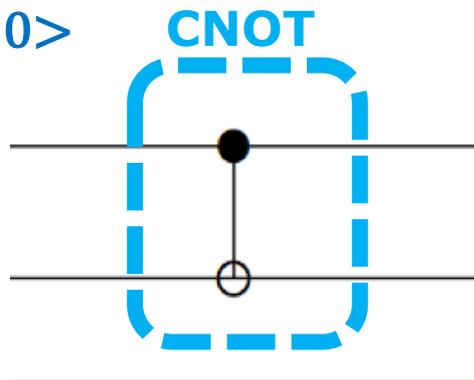


□ Hは、第一qubitの  $|0\rangle$  を  $1/\sqrt{2} (|0\rangle + |1\rangle)$  に変える。



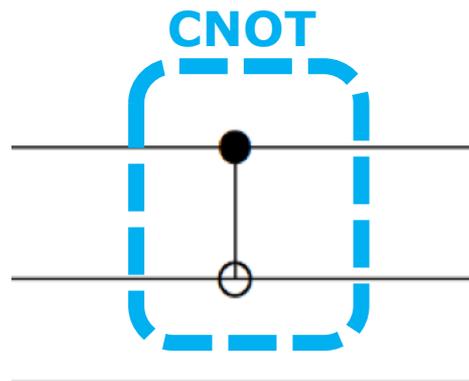
$$(|0\rangle + |1\rangle) \otimes |0\rangle = |00\rangle + |10\rangle$$

$$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |10\rangle)$$



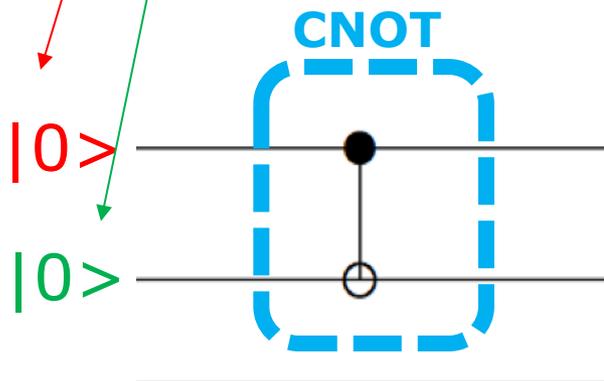
?

$$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |10\rangle)$$

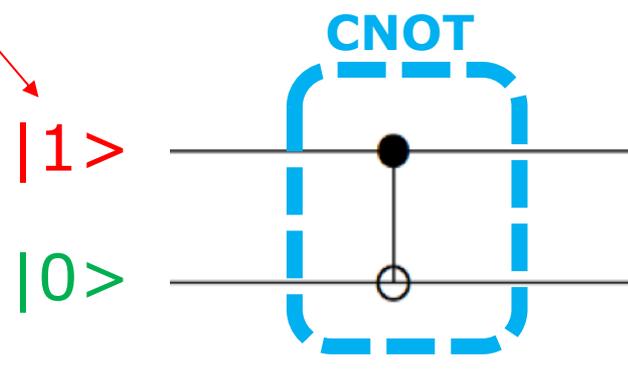


?

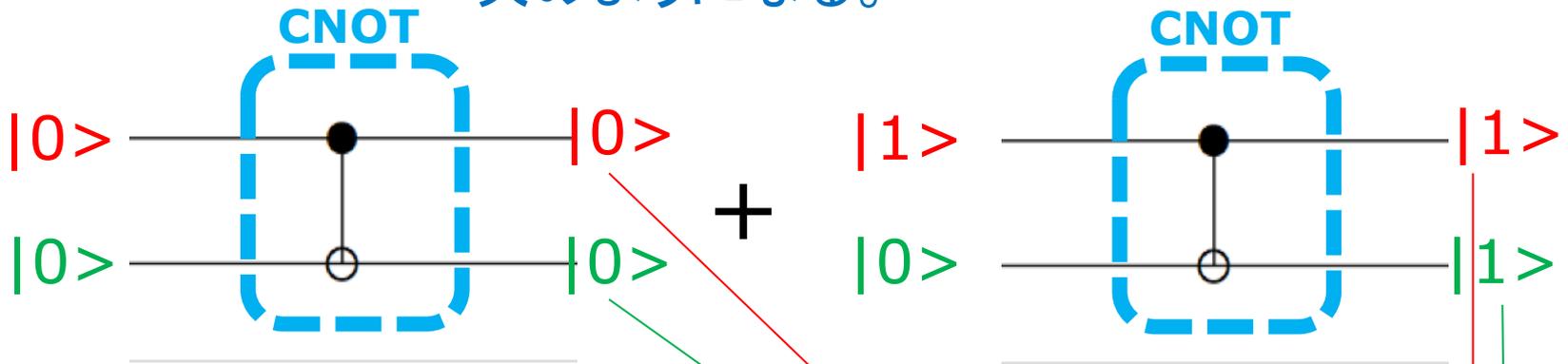
この状態は、次の  
二つの状態の重ね合わせである。



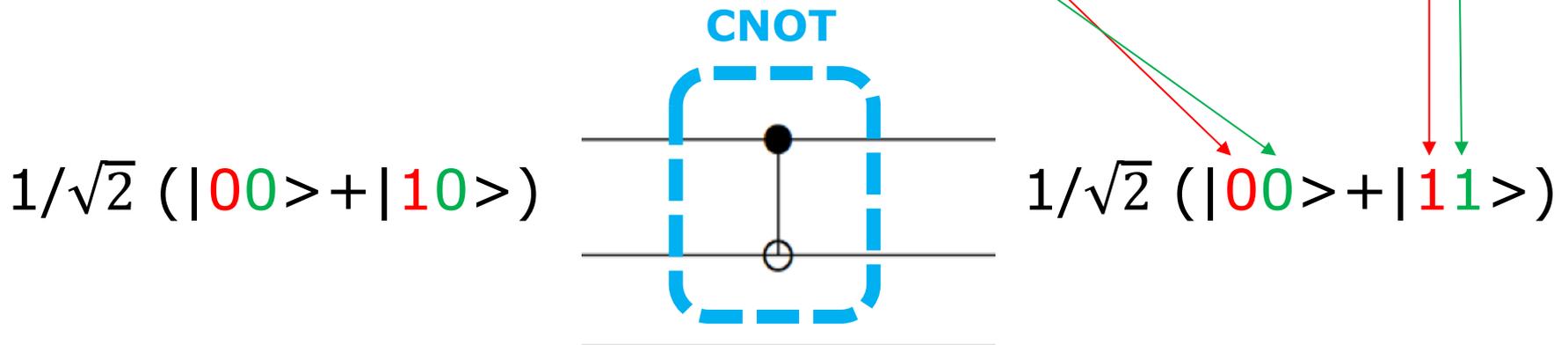
+



それぞれのCNOTの出力は、  
次のようになる。

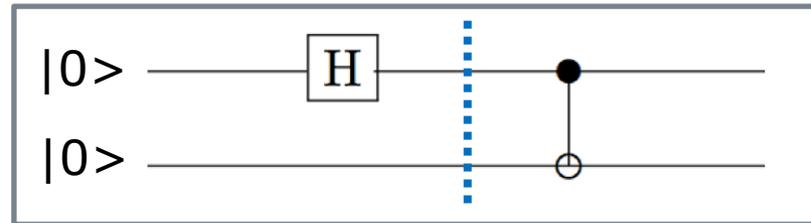


二つの出力を重ね合わせれば、  
次の出力が得られる。

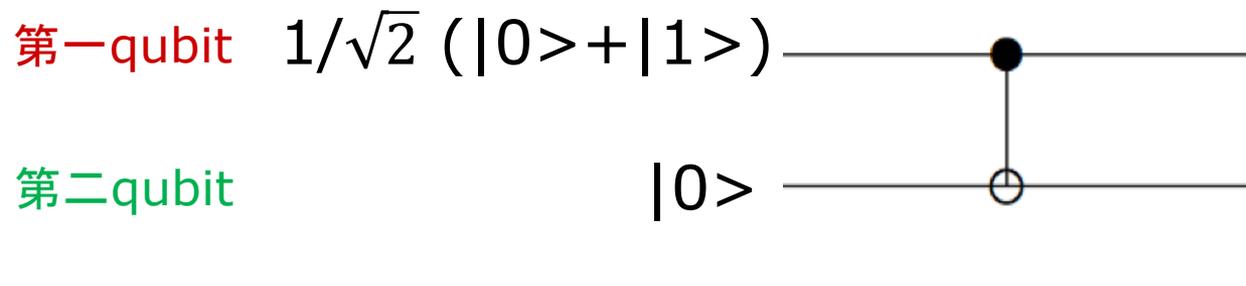


結局、第一qubitが  $|1\rangle$  の項だけ、第二qubitを反転させればいい。

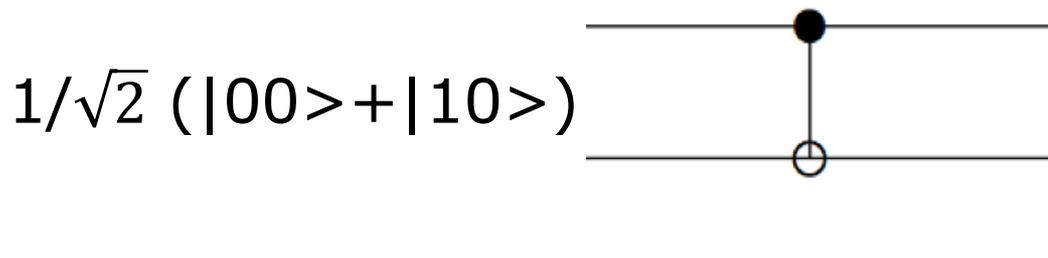
# Bell States ゲート 入力が $|00\rangle$ の場合



□ Hは、第一qubitの  $|0\rangle$  を  $1/\sqrt{2} (|0\rangle + |1\rangle)$  に変える。

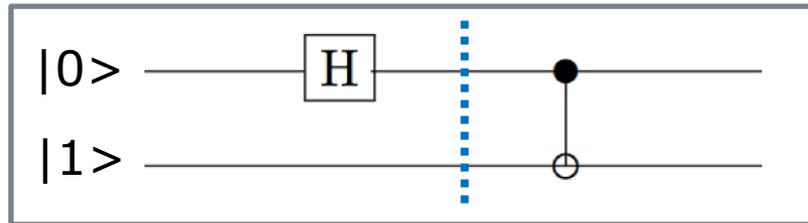


$$(|0\rangle + |1\rangle) \otimes |0\rangle = |00\rangle + |10\rangle$$

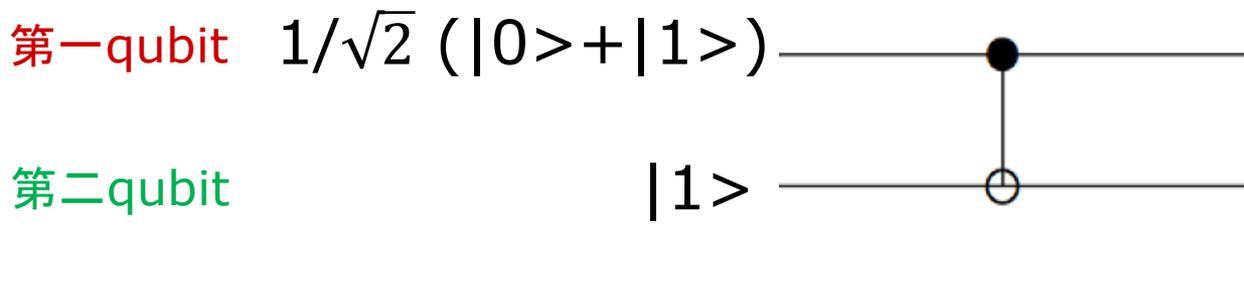


$$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$$

# Bell States ゲート 入力が $|01\rangle$ の場合

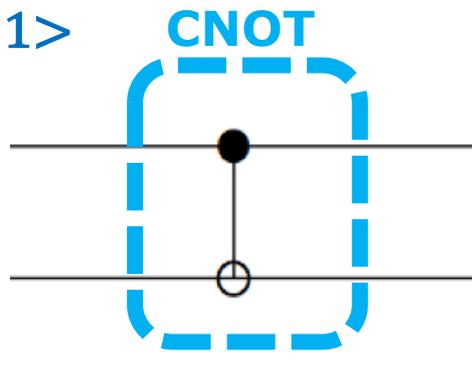


□ Hは、第一qubitの  $|0\rangle$  を  $1/\sqrt{2} (|0\rangle + |1\rangle)$  に変える。



$$(|0\rangle + |1\rangle) \otimes |1\rangle = |01\rangle + |11\rangle$$

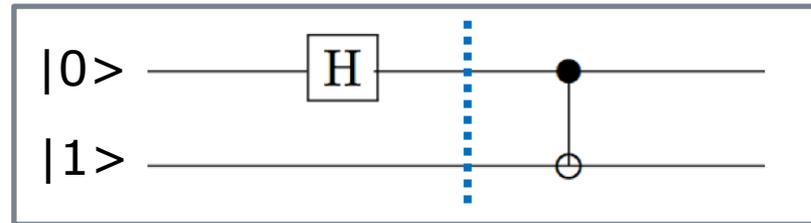
$$1/\sqrt{2} (|01\rangle + |11\rangle)$$



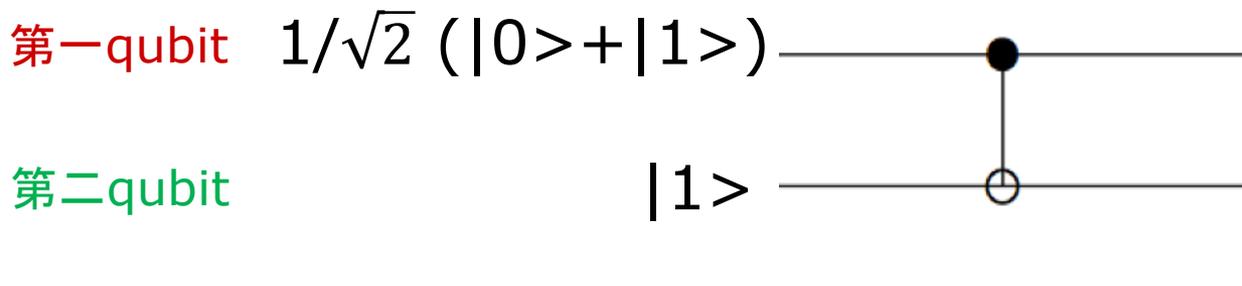
?

CNOTは、第一ビットが1の時に、第二ビットを反転する。  
それ以外は変化なし。

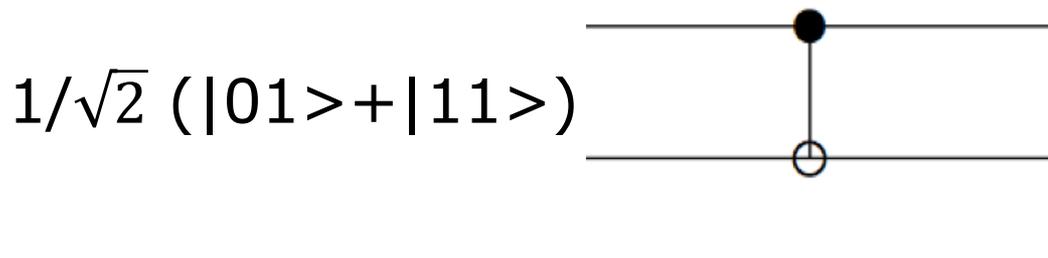
# Bell States ゲート 入力が $|01\rangle$ の場合



□ Hは、第一qubitの  $|0\rangle$  を  $1/\sqrt{2} (|0\rangle + |1\rangle)$  に変える。

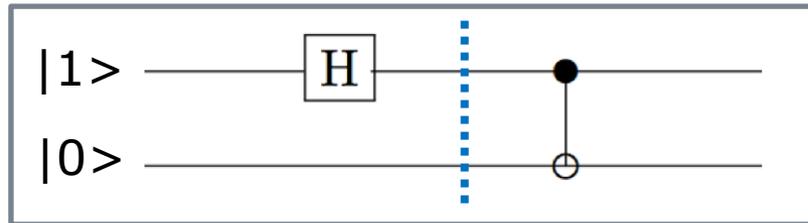


$$(|0\rangle + |1\rangle) \otimes |1\rangle = |01\rangle + |11\rangle$$

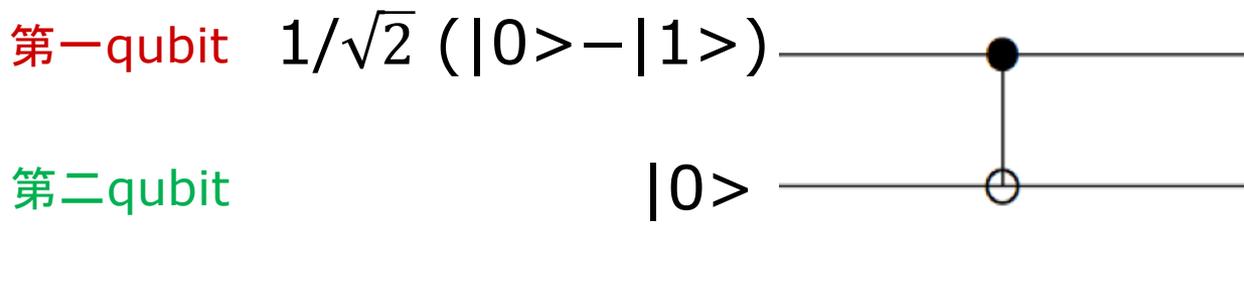


$$1/\sqrt{2} (|01\rangle + |10\rangle)$$

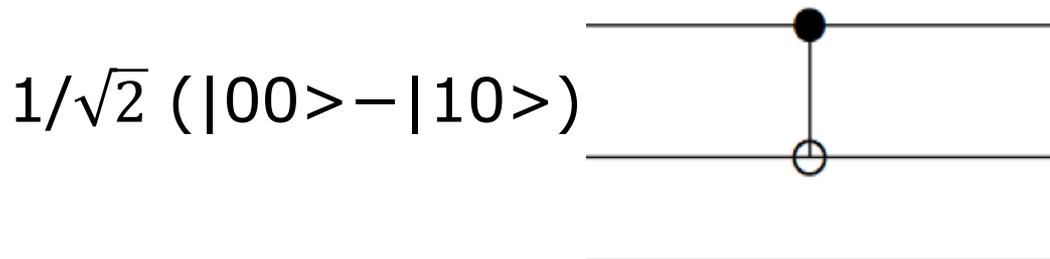
# Bell States ゲート 入力が $|10\rangle$ の場合



□ Hは、第一qubitの  $|1\rangle$  を  $1/\sqrt{2} (|0\rangle - |1\rangle)$  に変える。

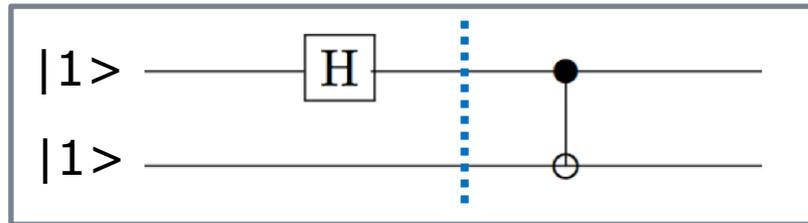


$$(|0\rangle - |1\rangle) \otimes |0\rangle = |00\rangle - |10\rangle$$

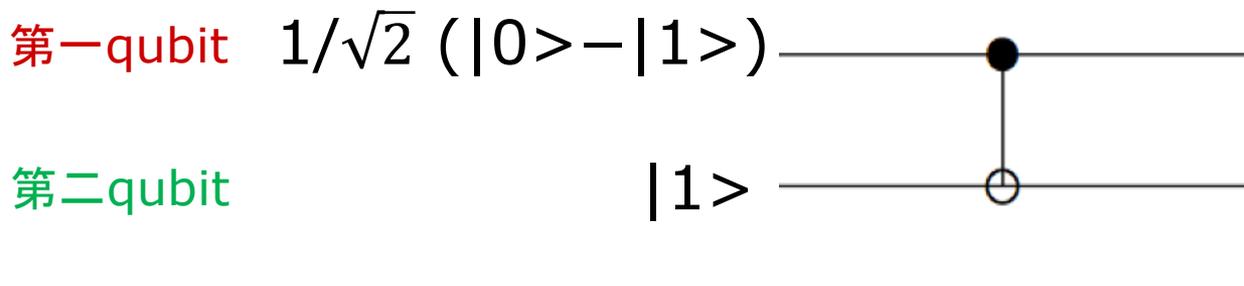


$$1/\sqrt{2} (|00\rangle - |11\rangle)$$

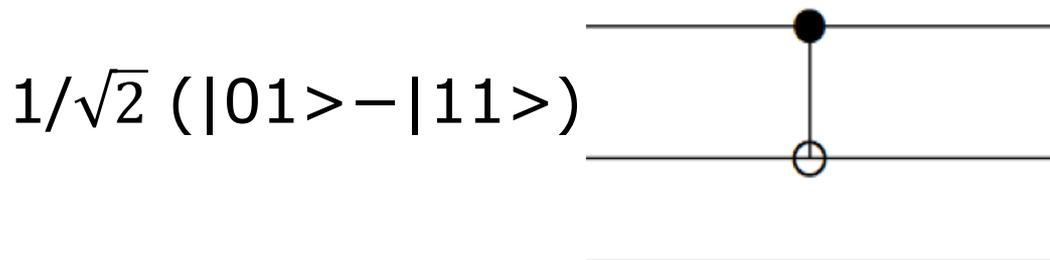
# Bell States ゲート 入力が $|11\rangle$ の場合



□ Hは、第一qubitの  $|1\rangle$  を  $1/\sqrt{2} (|0\rangle - |1\rangle)$  に変える。



$$(|0\rangle - |1\rangle) \otimes |1\rangle = |01\rangle - |11\rangle$$



$$1/\sqrt{2} (|01\rangle - |10\rangle)$$

# Bell State ゲートの働き

□ Bell Stateゲートの働きをまとめると、次のようになる。

● BellState $|00\rangle = 1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$

● BellState $|01\rangle = 1/\sqrt{2} (|01\rangle + |10\rangle)$

● BellState $|10\rangle = 1/\sqrt{2} (|00\rangle - |11\rangle)$

● BellState $|11\rangle = 1/\sqrt{2} (|01\rangle - |10\rangle)$

□ Bell Stateゲートは、エンタングルしたEPRペアを生み出す。

