

エンタングルする自然
-- 「逆理」から「原理」へ --

3/27 マルレク「楽しい科学」

はじめに

- 3月のマルレク「楽しい科学」、4月のマルゼミ「楽しい哲学」は、21世紀の科学の動向とその認識論的意味を、わかりやすく伝えることを目指した丸山の新しい試みです。
- 3月のマルレク 楽しい科学「エンタングルする自然」のテーマは、「エンタングルメント」です。21世紀の自然観の中核に「エンタングルする自然」という自然観が生まれていることを、「量子論」と「相対論」の対立と統一の歴史を背景に解説します。
- こうした経過を、「エンタングルする自然 — 「逆理」から「原理」へ」というタイトルで、エンタングルメントをめぐるドラマとして振り返るといふ「お話」です。数学的・科学的知識は、必要ありません。興味さえあれば、誰でも理解できる内容に出来たらと思います。

はじめに

- 4月のマルゼミ 楽しい哲学「エンタングルする認識」は、3月のマルレク 楽しい科学「エンタングルする自然」と内容的には対応しています。対象が自然ではなく、それを認識する人間の認識能力の拡大にフォーカスしたものです。
- 「エンタングルする認識 — $MIP^* = RE$ へ」というタイトルにしようと思っています。

Agenda

エンタングルする自然
-- 「逆理」から「原理」へ --

Part I エンタングルメントの発見

1. 「逆理」としてのエンタングルメントの発見
2. エンタングルメントの実在性
3. エンタングルメントとEPRペア

Part II 20世紀の自然科学

1. 物質科学
2. 生命科学
3. 素粒子の標準モデル
4. 宇宙論

Agenda

エンタングルする自然
-- 「逆理」から「原理」へ --

Part III 量子論と相対論の「対応」の発見

1. ブラックホールのエントロピー
2. AdS/CFT対応

Part IV 「時空」を生み出す「原理」としてのエンタングルメント

1. エンタングルメントのエントロピー
2. ER=EPR

Part I

エンタングルメントの発見

3/27 マルレク「楽しい科学」

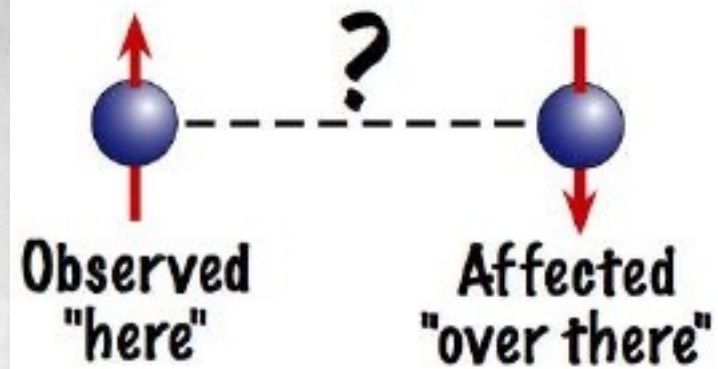
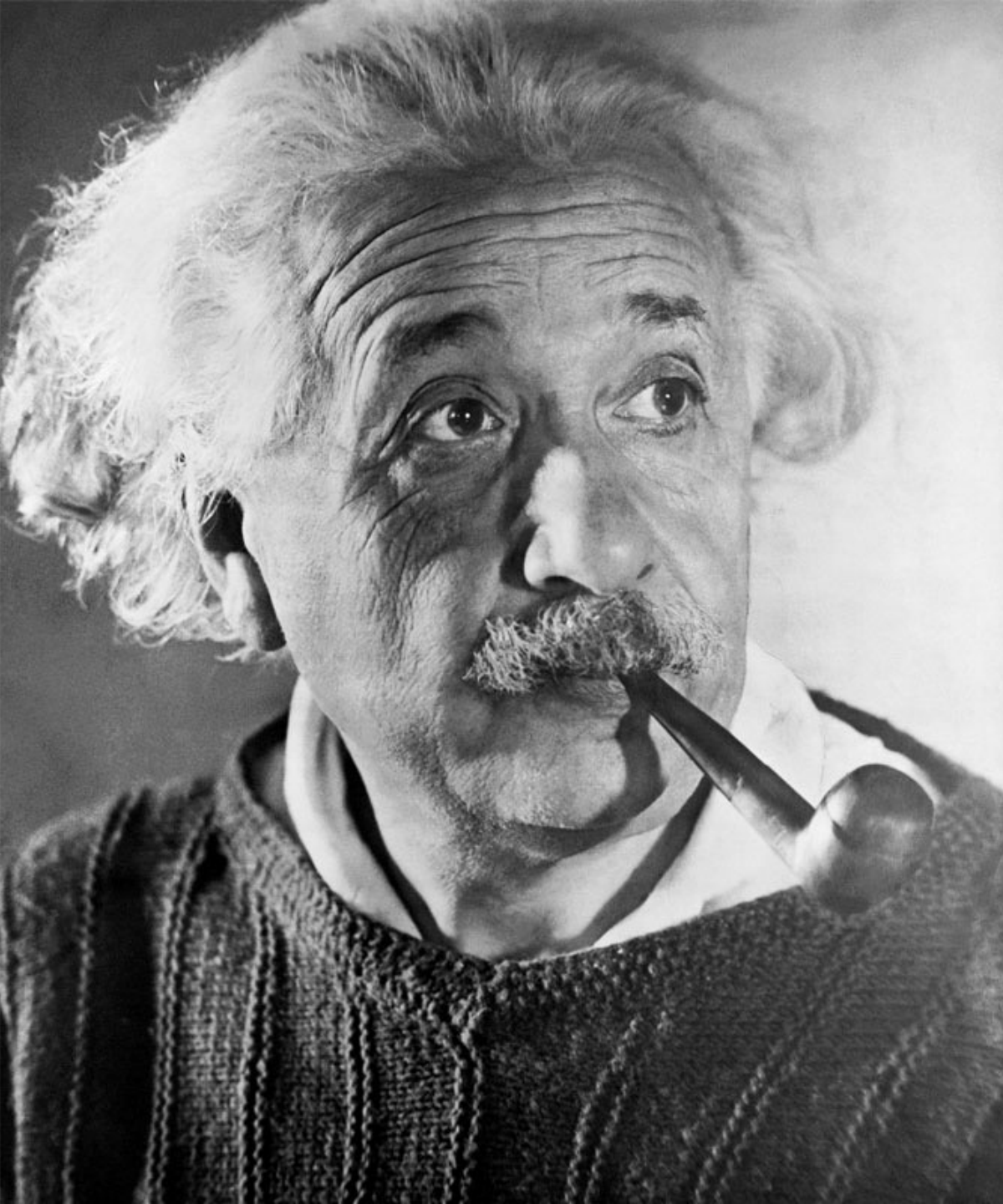
「逆理」としてのエンタングルメントの発見



エンタングルメント

もつれあった二つの量子の状態の発見

- 1935年に、アインシュタインとポドルスキーとローゼンは、次の論文を発表します。(三人の著者の頭文字をとって、EPR論文と呼ばれます。)
- "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?" 「物理的な実在の量子力学の記述は、完全なものと考えることができるか？」 <https://goo.gl/qAWacP>
- この論文で、アインシュタインは、量子論では、二つの量子の「もつれあい」の状態が現れることを指摘します。



1935年

EPRの逆理

Einstein,
Podolsky,
Rosen

Alice



もつれあった
二つの量子のペア



Bob

もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

Alice



もつれあった
二つの量子のペア



Bob

もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

片方の量子の状態
を観測すると、

Alice



MEASUREMENT



もつれあった
二つの量子のペア



Bob

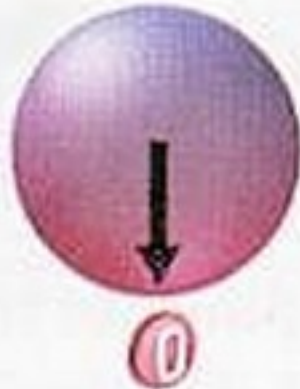
もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

片方の量子の状態
を観測すると、

Alice



MEASUREMENT



もつれあった
二つの量子のペア

スピンは下向き

もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

片方の量子の状態
を観測すると、

Bob



Alice



MEASUREMENT



もつれあった
二つの量子のペア

スピンは下向き

Bob



もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

片方の量子の状態
を観測すると、もう
一方の量子の状態
は瞬時にわかる。

Alice



MEASUREMENT



スピンは下向き

スピンは上向き

もつれあった
二つの量子のペア



MEASUREMENT



Bob

もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

片方の量子の状態
を観測すると、もう
一方の量子の状態
は瞬時にわかる。

Alice



MEASUREMENT



スピンは下向き

スピンは上向き

もつれあった
二つの量子のペア



MEASUREMENT



Bob

このことは、一方の観測結果が瞬時に、すなわち、光の速さを超えて他方に伝わることを意味する。

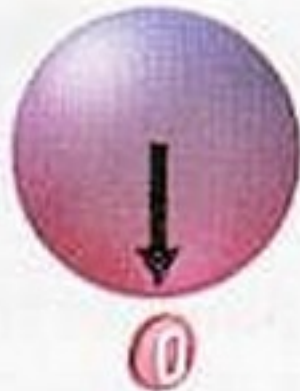
もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

片方の量子の状態
を観測すると、もう
一方の量子の状態
は瞬時にわかる。

Alice



MEASUREMENT



もつれあった
二つの量子のペア

スピンは下向き

スピンは上向き

もつれあった
この二つの量子が
どれだけ遠くに
離されたとしても
このもつれ合いは
解けることがない。

片方の量子の状態
を観測すると、もう
一方の量子の状態
は瞬時にわかる。

アインシュタインは、
これを、



MEASUREMENT



Bob

このことは、一方の観測結果が
瞬時に、すなわち、光の速さを超えて
他方に伝わることを意味する。

「馬鹿げた遠隔作用」

と呼んだ。

EINSTEIN ATTACKS QUANTUM THEORY

Scientist and Two Colleagues
Find It Is Not 'Complete'
Even Though 'Correct.'

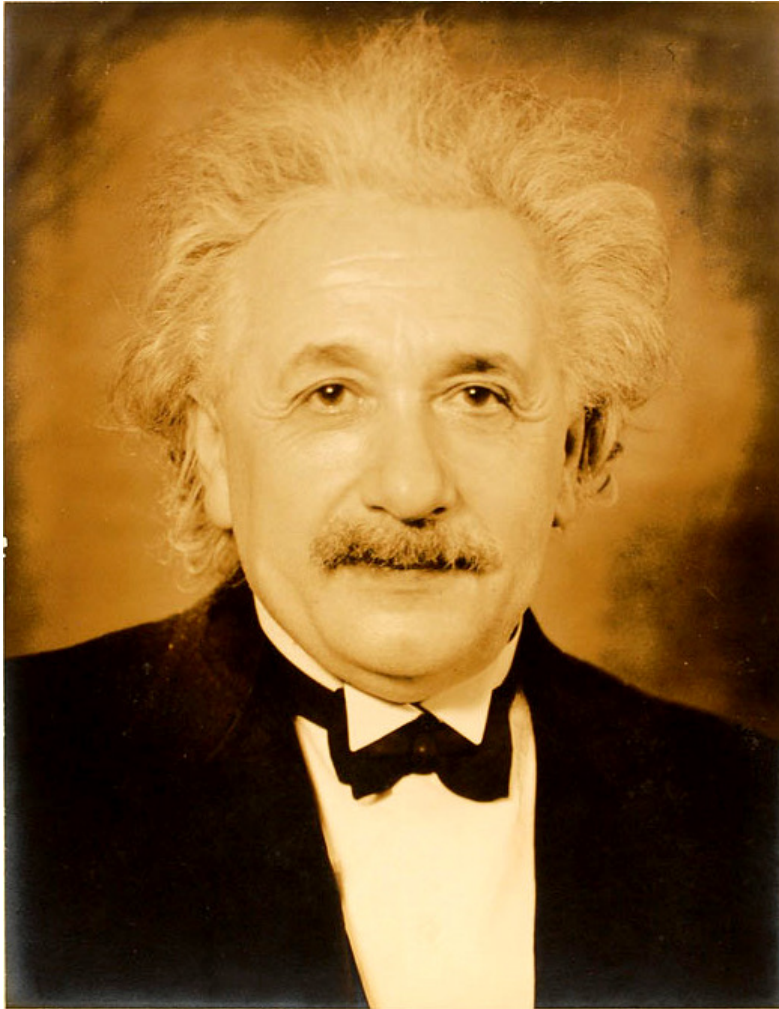
SEE FULLER ONE POSSIBLE

Believe a Whole Description of
'the Physical Reality' Can Be
Provided Eventually.

エンタングルメントの実在性



アインシュタインの「局所実在論」



1935年
EPR論文

量子論は、自然の物理学的
記述としては不完全な理論だ。

実在性 (reality)

客観的な実在は、どんな物理理論
やその理論の概念的操作からも独
立に存在する。

「月は、我々が目を離れた時に、存
在しなくなるわけではない」

局所性 (locality)

ある場所にある物理的実在は、同
時に行われる、遠く離れた場所
にある実在の観測によっては影響を
受けることはない。

「エンタングルメントは、馬鹿げた
遠隔作用だ」

1964年：ベルによる「隠れた変数論」の否定と 1982年：エンタングルメントの存在の確認

- 事態が動くのは、アインシュタインのエンタングルメントの発見から30年近くたった1964年のことでした。
- 彼は、アインシュタインらが量子論の不完全さを解決するものとして推進した「隠れた変数」理論を、理論的に否定することに成功します。
- しかも、自然が、「隠れた変数」理論という古典論に従うか、あるいはエンタングルメントを含む量子論に従うかは、実験的に検証できると指摘します。
- その後、Bellの主張は、1982年 Aspectによって実験的に実証されることになります。
- ここに、量子論の正しさと、エンタングルメントの実在性は、理論的にも実験的にも確認されます。

1964年 Bellの定理 アインシュタインの「隠れた変数」の否定

ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX*

J. S. BELL[†]

Department of Physics, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin

(Received 4 November 1964)

I. Introduction

THE paradox of Einstein, Podolsky and Rosen [1] was advanced as an argument that quantum mechanics could not be a complete theory but should be supplemented by additional variables. These additional variables were to restore to the theory causality and locality [2]. In this note that idea will be formulated mathematically and shown to be incompatible with the statistical predictions of quantum mechanics. It is the requirement of locality, or more precisely that the result of a measurement on one system be unaffected by operations on a distant system with which it has interacted in the past, that creates the essential difficulty. There have been attempts [3] to show that even without such a separability or locality requirement no “hidden variable” interpretation of quantum mechanics is possible. These attempts have been examined elsewhere [4] and found wanting. Moreover, a hidden variable interpretation of elementary quantum theory [5] has been explicitly constructed. That particular interpretation has indeed a grossly non-local structure. This is characteristic, according to the result to be proved here, of any such theory which reproduces exactly the quantum mechanical predictions.

<https://goo.gl/wyv7B>

ベルの定理

ベルの不等式

古典論で、アインシュタインのいう「隠れた変数」を仮定した場合でも、観測の確率分布は、ある不等式を満たすことを示すことができる。

量子論は、この不等式を破る

量子論的観測は、この不等式を破ることが、理論的に証明できる。

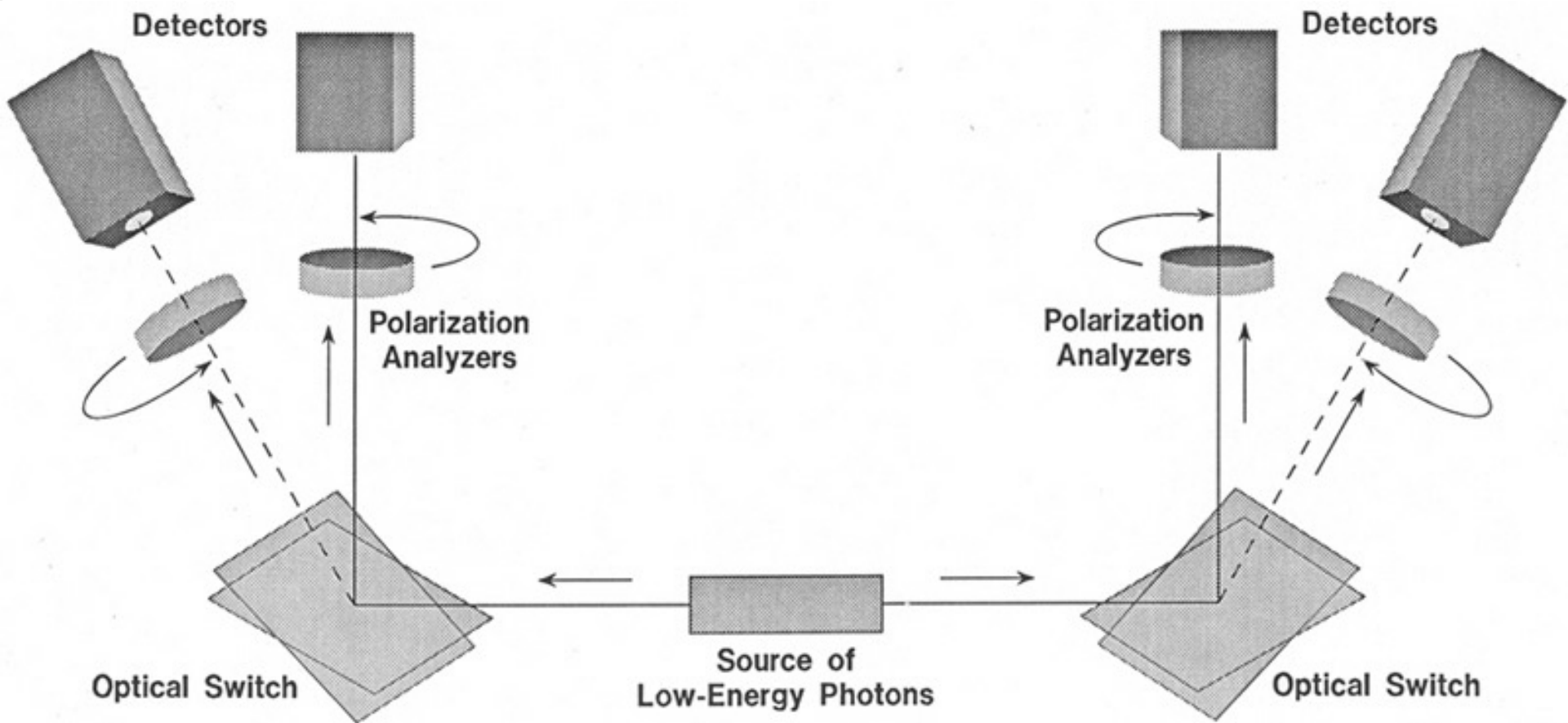
実験的な検証可能性

自然が、古典論に従うか量子論に従うかは、この違いを検出できれば、実験的に検証することが可能である。



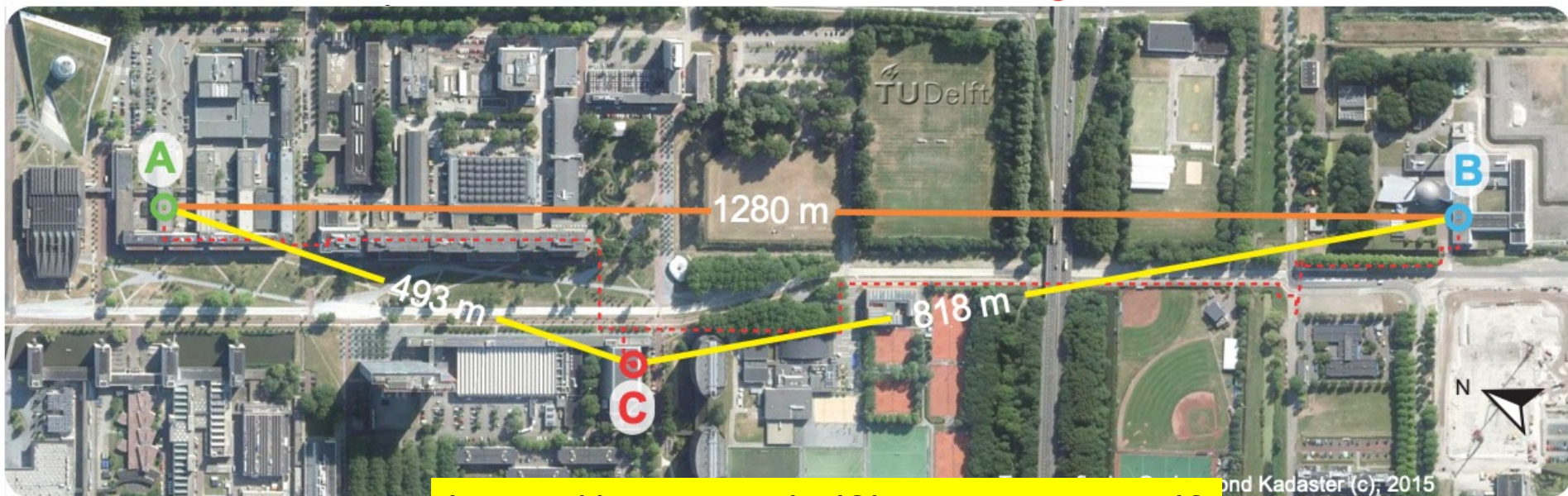
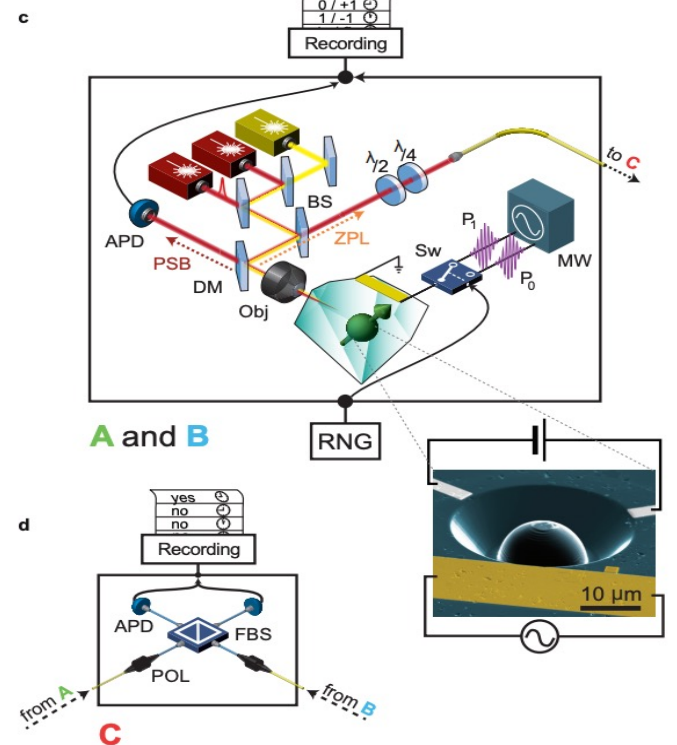
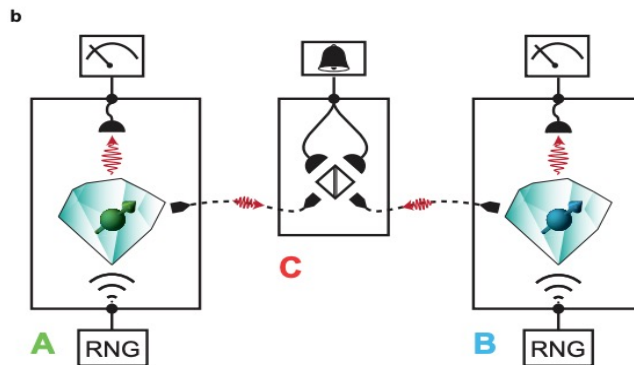
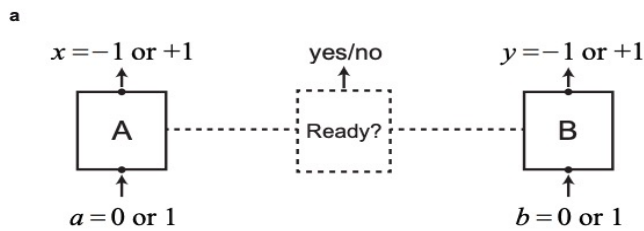
1964年
ベルの定理

1982年 Aspectの実験



Bellの定理が成り立っていることの実験での確認

2015年 Delft University での実験



<https://arxiv.org/pdf/1508.05949.pdf>

エンタングルメントとEPRペア

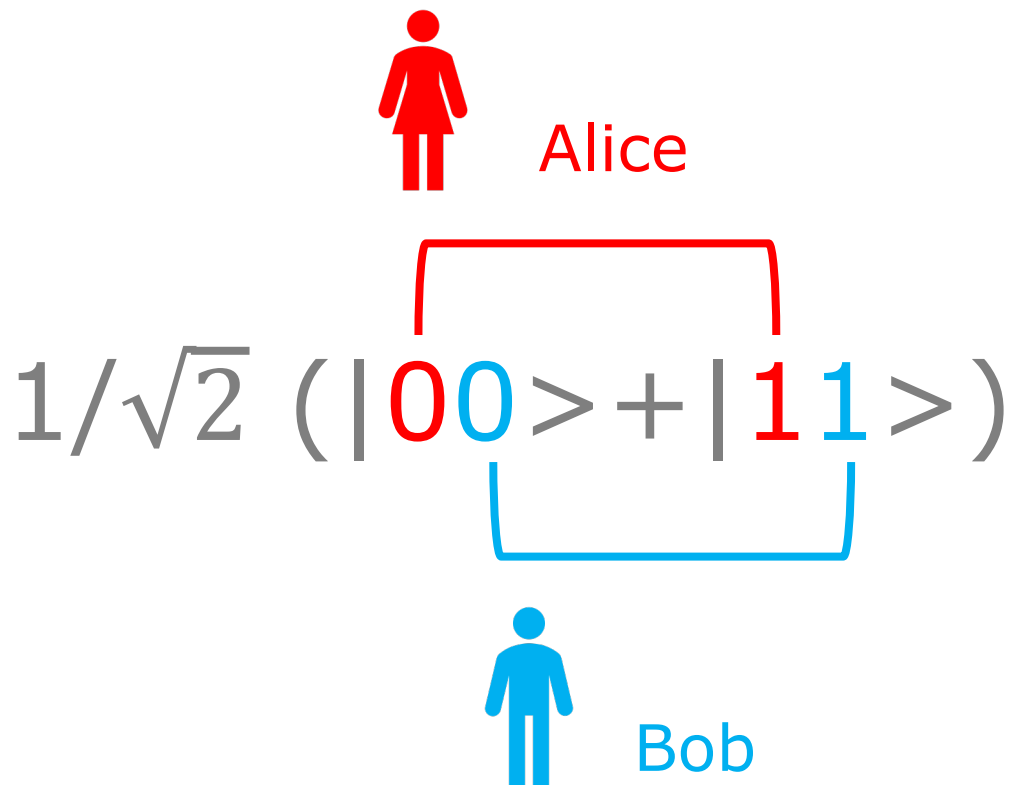
次の資料「エンタングルメントで理解する量子の世界」を参照されたい

<https://www.marulabo.net/docs/entangle-talk/>

エンタングルメントとEPRペア

- 二つ以上の量子の状態には、より単純な量子の状態のテンソル積で表現されない状態があらわれます。そうした状態を、エンタングルメント状態と呼びます。
- もっとも基本的な、二つの量子のエンタングルした状態を、発見者の名前をとって「EPRペア」と呼びます。
- エンタングルメントについては、次の資料「エンタングルメントで理解する量子の世界」を参照してください。
<https://www.marulabo.net/docs/entangle-talk/>

EPRペア: もつれ合った二つのqubit



$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$ で表される状態は、二つのqubitの状態である。
一方のqubitをAliceが、他方のqubitをBobが持つことができる。

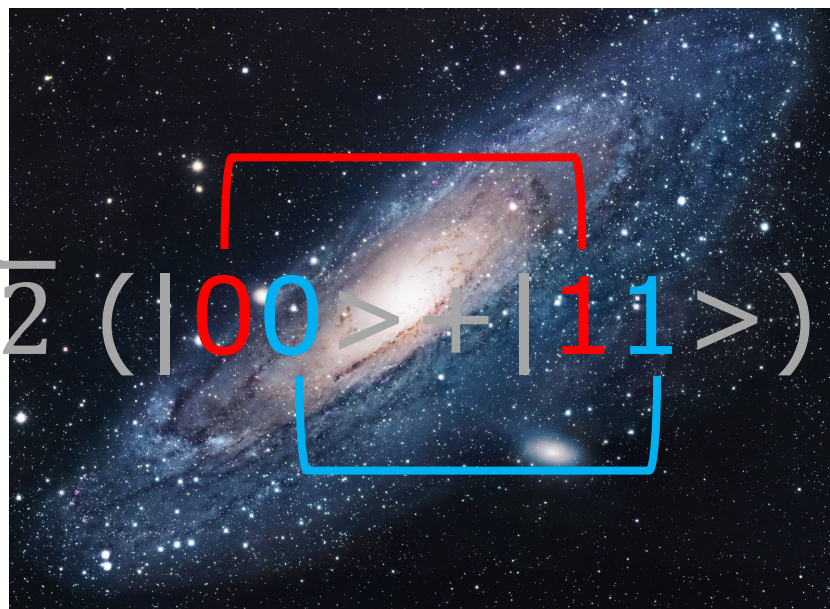
EPRペア: もつれ合った二つのqubit



Alice

$$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$$

$$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$$



Bob

Aliceが観察できるのは、 $|00\rangle + |11\rangle$ の**第一bit**で、
Bobが観察できるのは、 $|00\rangle + |11\rangle$ の**第二bit**である。
この関係は、両者がどんなに離れていても変わらない。

$$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$$

EPRペア: もつれ合った二つのqubit

Φ^+



Alice

$$1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$$

A red bracket connects the first qubit of $|00\rangle$ to the first qubit of $|11\rangle$. A blue bracket connects the second qubit of $|00\rangle$ to the second qubit of $|11\rangle$.



Bob

こうした性質を持つペアは、 $1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$ だけではない。

EPRペア: もつれ合った二つのqubit

Φ^-



Alice

$$1/\sqrt{2} (|00\rangle - |11\rangle)$$

The equation is annotated with a red bracket above the qubits and a blue bracket below the qubits, indicating the pairing of qubits for Alice and Bob respectively.



Bob

こうした性質を持つペアは、 $1/\sqrt{2} (|00\rangle + |11\rangle)$ だけではない。

EPRペア: もつれ合った二つのqubit

Ψ^+



Alice

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle + |10\rangle)$$

The equation shows the state $\frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle + |10\rangle)$. A red bracket above the terms groups the first qubit (0 and 1) as belonging to Alice. A blue bracket below the terms groups the second qubit (1 and 0) as belonging to Bob.



Bob

こうした性質を持つペアは、 $\frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$ だけではない。

EPRペア: もつれ合った二つのqubit

Ψ^-



Alice

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle - |10\rangle)$$

The equation shows the Ψ^- state. A red bracket above the terms $|01\rangle$ and $|10\rangle$ connects the first qubit of each term. A blue bracket below the terms connects the second qubit of each term.



Bob

こうした性質を持つペアは、 $\frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$ だけではない。





Part II

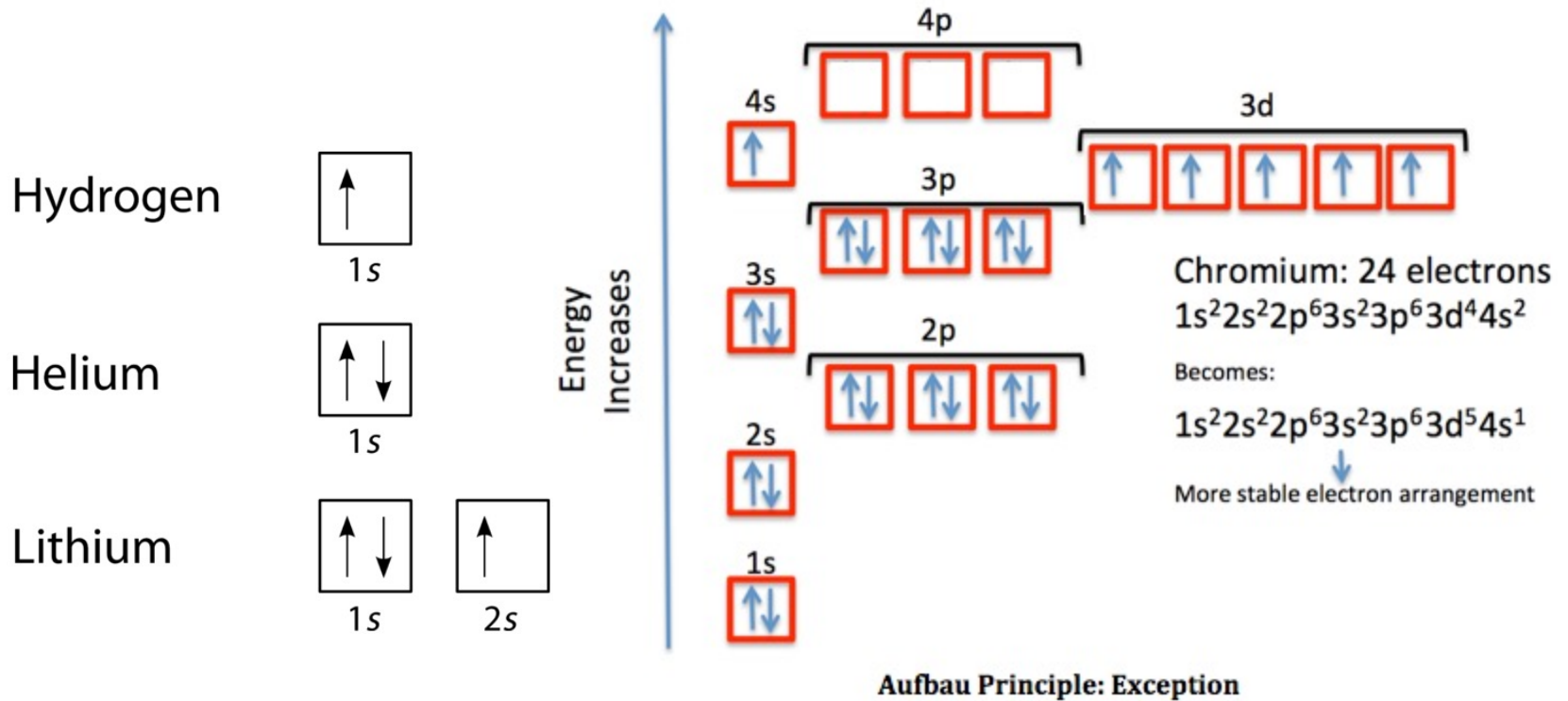
20世紀の自然科学

3/27 マルレク「楽しい科学」

物質科学



1924年: Pauli exclusion principle



2つ以上の電子・フェルミ粒子は、同一の量子状態を占めることはできない

元素の周期表
The Periodic Table

原子番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H 水素 Hydrogen 1.00794																	2 He ヘリウム Helium 4.0026
2	3 Li リチウム Lithium 6.941	4 Be ベリリウム Beryllium 9.01218											5 B 硼 Boron 10.811	6 C 炭素 Carbon 12.011	7 N 窒素 Nitrogen 14.0064	8 O 酸素 Oxygen 15.9994	9 F フッ素 Fluorine 18.9984	10 Ne ネオン Neon 20.1797
3	11 Na ナトリウム Sodium 22.98976928	12 Mg マグネシウム Magnesium 24.304											13 Al アルミニウム Aluminum 26.9815385	14 Si シリコン Silicon 28.0855	15 P リン Phosphorus 30.973762	16 S 硫黄 Sulfur 32.06	17 Cl 塩素 Chlorine 35.453	18 Ar アルゴン Argon 39.948
4	19 K カリウム Potassium 39.0983	20 Ca カルシウム Calcium 40.078	21 Sc スカンジウム Scandium 44.955912	22 Ti チタン Titanium 47.867	23 V バナジウム Vanadium 50.9415	24 Cr クロム Chromium 51.9961	25 Mn マンガン Manganese 54.938	26 Fe 鉄 Iron 55.845	27 Co コバルト Cobalt 58.9332	28 Ni ニッケル Nickel 58.6934	29 Cu 銅 Copper 63.546	30 Zn 亜鉛 Zinc 65.38	31 Ga ガリウム Gallium 69.723	32 Ge ゲルマニウム Germanium 72.6305	33 As ヒ素 Arsenic 74.9216	34 Se セレン Selenium 78.9718	35 Br 臭素 Bromine 79.904	36 Kr クリプトン Krypton 83.798
5	37 Rb ルビジウム Rubidium 85.4678	38 Sr ストロンチウム Strontium 87.62	39 Y イットリウム Yttrium 88.90584	40 Zr ジルコニウム Zirconium 91.224	41 Nb タンタル Tantalum 92.90638	42 Mo モリブデン Molybdenum 95.94	43 Tc テクネチウム Technetium 98	44 Ru ルビジウム Ruthenium 101.07	45 Rh ロジウム Rhodium 102.9055	46 Pd パラジウム Palladium 106.42	47 Ag 銀 Silver 107.8682	48 Cd カドミウム Cadmium 112.411	49 In インジウム Indium 114.818	50 Sn スズ Tin 118.710	51 Sb ヒ素 Antimony 121.757	52 Te テルル Tellurium 127.60	53 I ヨウ素 Iodine 126.905447	54 Xe キセノン Xenon 131.29
6	55 Cs セシウム Cesium 132.90545196	56 Ba バリウム Barium 137.327	57 La ランタノイド	58 Ce セリウム Cerium 140.12	59 Pr プラセオジム Praseodymium 140.90766	60 Nd ネオジム Neodymium 144.242	61 Pm プロメチウム Promethium 144.9127	62 Sm サマリウム Samarium 150.36	63 Eu ユウロピウム Europium 151.964	64 Gd ガドリウム Gadolinium 157.25	65 Tb テルビウム Terbium 158.92534	66 Dy ジスプロシウム Dysprosium 162.50015	67 Ho ホウメイトリウム Holmium 164.930329	68 Er エルビウム Erbium 167.259	69 Tm テュリウム Thulium 168.93048	70 Yb イットリウム Ytterbium 173.054688	71 Lu ルテチウム Lutetium 174.967	
7	87 Fr フランシウム Francium [223]	88 Ra ラジウム Radium [226]	89 Ac アクチノイド	90 Th チオウリウム Thorium [232]	91 Pa プロトアクチン Protactinium [231]	92 U ウラン Uranium [238]	93 Np ネプツウム Neptunium [237]	94 Pu プルトニウム Plutonium [244]	95 Am アメリシウム Americium [243]	96 Cm キュリウム Curium [247]	97 Bk ベルグショウム Berkelium [247]	98 Cf カリフォルニウム Californium [251]	99 Es エイスンマン Einsteinium [252]	100 Fm フェルミウム Fermium [257]	101 Md メンデルレービウム Mendelevium [258]	102 No ノボロジウム Nobelium [259]	103 Lr ルンゲニウム Lawrencium [260]	
第1副族	37 Rb ルビジウム Rubidium [223]	55 Cs セシウム Cesium [223]	87 Fr フランシウム Francium [223]	89 Ac アクチノイド	90 Th チオウリウム Thorium [232]	91 Pa プロトアクチン Protactinium [231]	92 U ウラン Uranium [238]	93 Np ネプツウム Neptunium [237]	94 Pu プルトニウム Plutonium [244]	95 Am アメリシウム Americium [243]	96 Cm キュリウム Curium [247]	97 Bk ベルグショウム Berkelium [247]	98 Cf カリフォルニウム Californium [251]	99 Es エイスンマン Einsteinium [252]	100 Fm フェルミウム Fermium [257]	101 Md メンデルレービウム Mendelevium [258]	102 No ノボロジウム Nobelium [259]	103 Lr ルンゲニウム Lawrencium [260]
第2副族	38 Sr ストロンチウム Strontium [226]	56 Ba バリウム Barium [226]	88 Ra ラジウム Radium [226]	90 Th チオウリウム Thorium [232]	91 Pa プロトアクチン Protactinium [231]	92 U ウラン Uranium [238]	93 Np ネプツウム Neptunium [237]	94 Pu プルトニウム Plutonium [244]	95 Am アメリシウム Americium [243]	96 Cm キュリウム Curium [247]	97 Bk ベルグショウム Berkelium [247]	98 Cf カリフォルニウム Californium [251]	99 Es エイスンマン Einsteinium [252]	100 Fm フェルミウム Fermium [257]	101 Md メンデルレービウム Mendelevium [258]	102 No ノボロジウム Nobelium [259]	103 Lr ルンゲニウム Lawrencium [260]	

表の見方

原子番号	元素記号
元素名(日本語)	
元素名(英語)	
原子量	

色の色

緑	の元素は、単体の物質が金属の性質(状況がある、電気の物をよく通す、輝イオンになりやすい、など)を持つ。
黄	の元素は、単体の物質が非金属の性質を持つ。
青	の元素は、単体の物質がその中間の(半導体的、半金属的)性質を持つ、ことを示す。

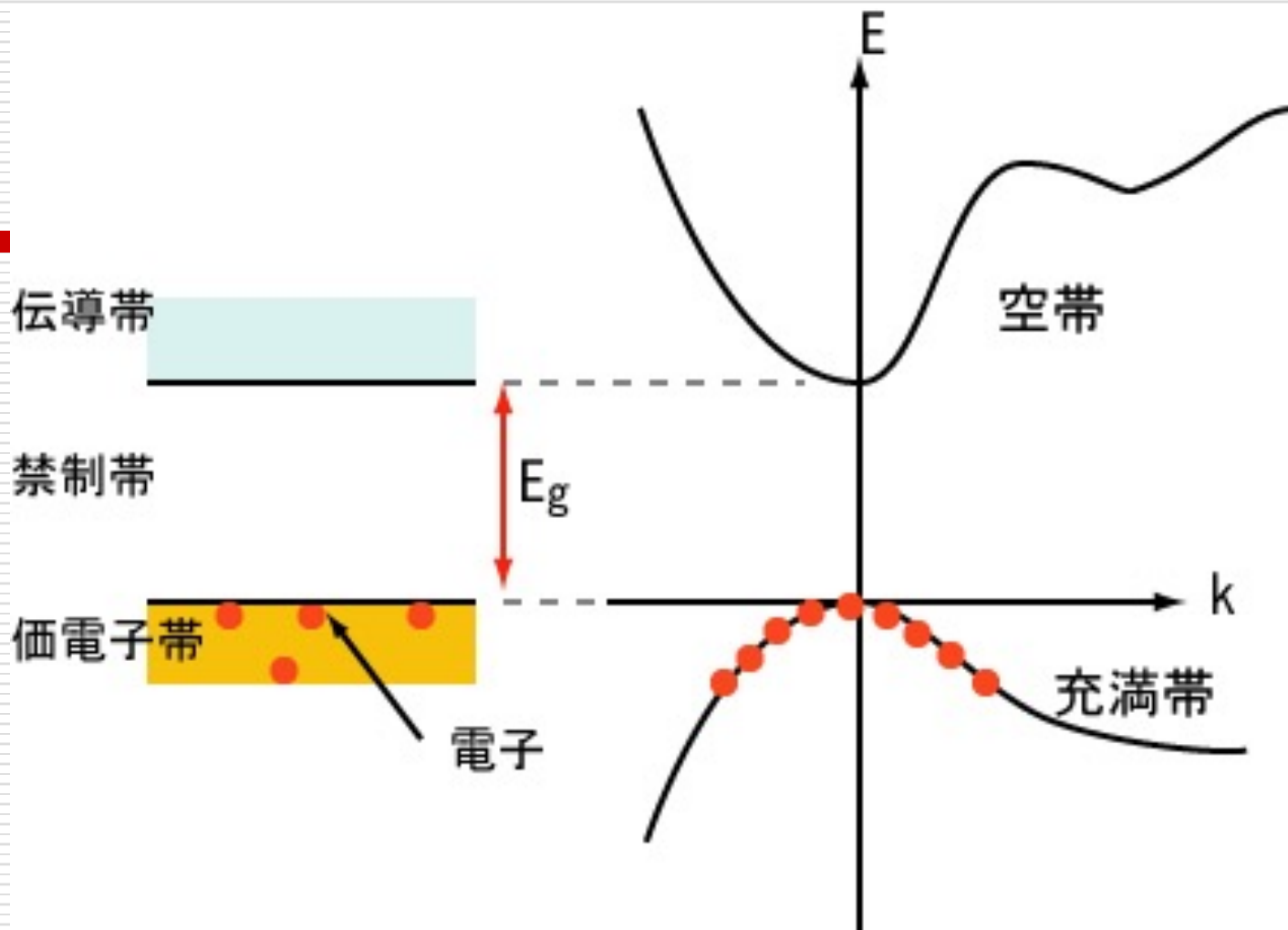
【元素記号の色】

- 赤字は、単体の物質が室温(20℃、1気圧)で液体。
- 蓝字は、単体の物質が室温(20℃)で気体。
- 黒字は、単体の物質が室温(20℃)で固体である、ことを示す。

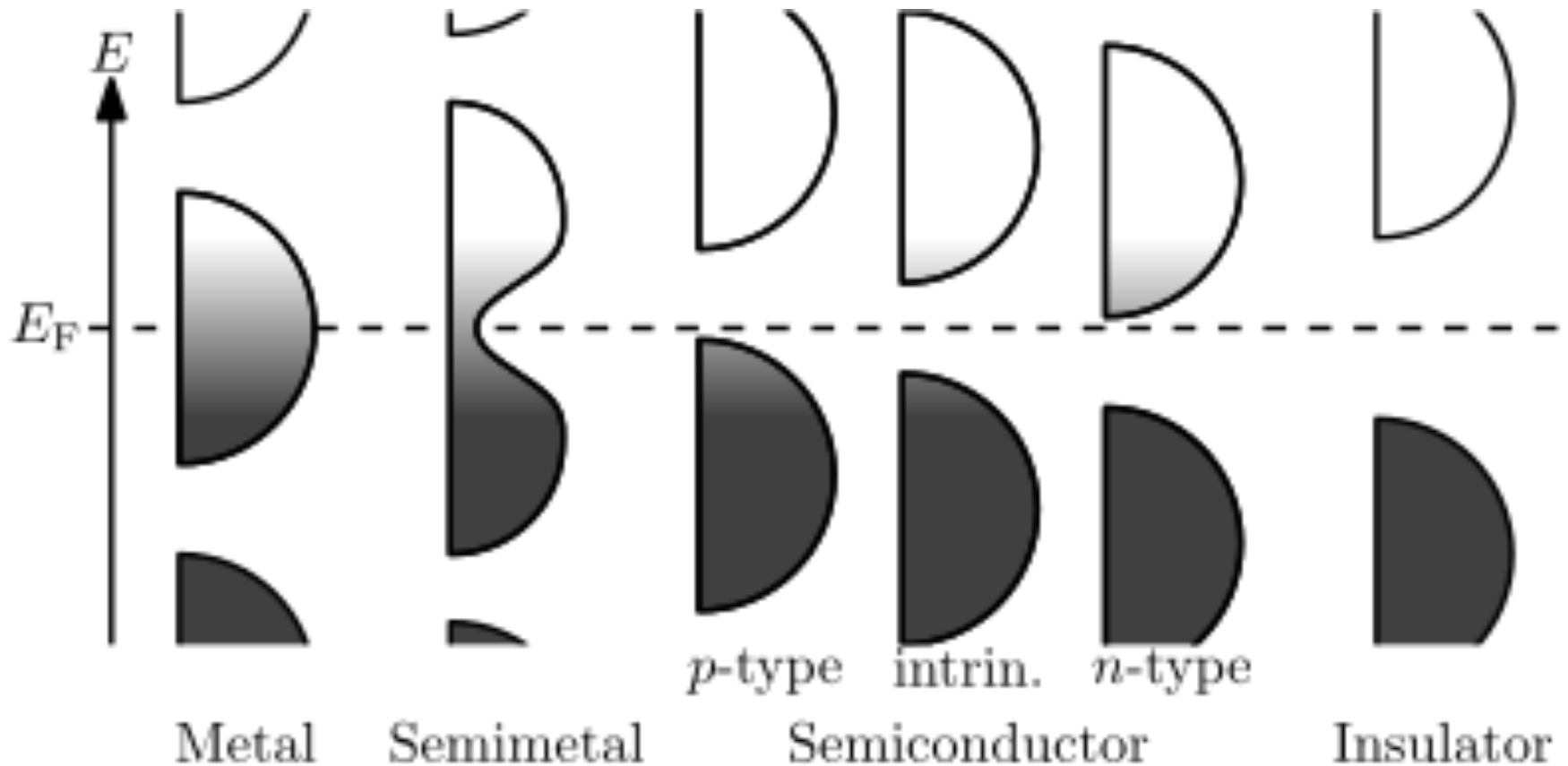
参考文献

国立研究開発法人「理研」(2019年版)、元素
--- 表

※ 原子番号が異なる元素の原子番号は、簡便のため、簡易の中間値を記した。
※ 安定同位体がない、又は特定の同位体組成を有しない元素については、その元素の相対原子質量の
質量数の一桁()内に記した。



半導体のバンド構造の模式図。Eは電子の持つエネルギー、kは波数。E_gがバンドギャップ。半導体(や絶縁体)では「絶対零度で電子が入っている一番上のエネルギーバンド」が電子で満たされており(価電子帯)、その上に禁制帯を隔てて空帯がある(伝導帯)。



Filling of the electronic states in various types of materials at [equilibrium](#). Here, height is energy while width is the [density of available states](#) for a certain energy in the material listed.

The shade follows the [Fermi-Dirac distribution](#) (**black** = all states filled, **white** = no state filled). In [metals](#) and [semimetals](#) the [Fermi level](#) E_F lies inside at least one band. In [insulators](#) and **semiconductors** the Fermi level is inside a [band gap](#); however, in semiconductors the bands are near enough to the Fermi level to be [thermally populated](#) with electrons or [holes](#).

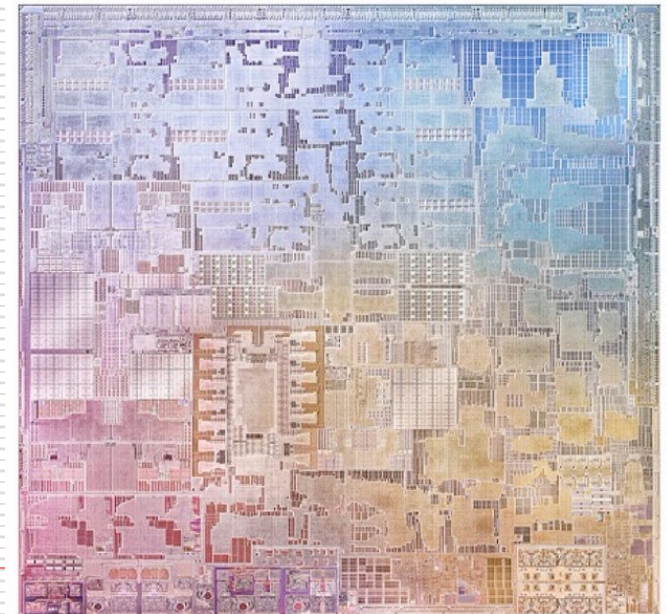
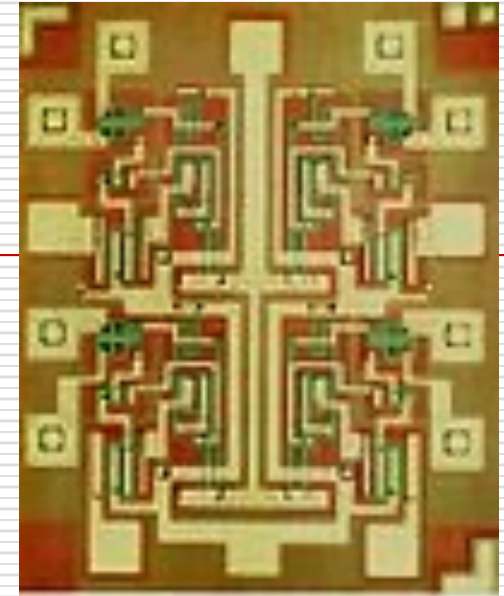
MOSFET scaling (process nodes)

10 μm – 1971
6 μm – 1974
3 μm – 1977
1.5 μm – 1981
1 μm – 1984
800 nm – 1987
600 nm – 1990
350 nm – 1993
250 nm – 1996
180 nm – 1999
130 nm – 2001
90 nm – 2003
65 nm – 2005
45 nm – 2007
32 nm – 2009
22 nm – 2012

22 nm – 2012
14 nm – 2014
10 nm – 2016
7 nm – 2018
5 nm – 2020

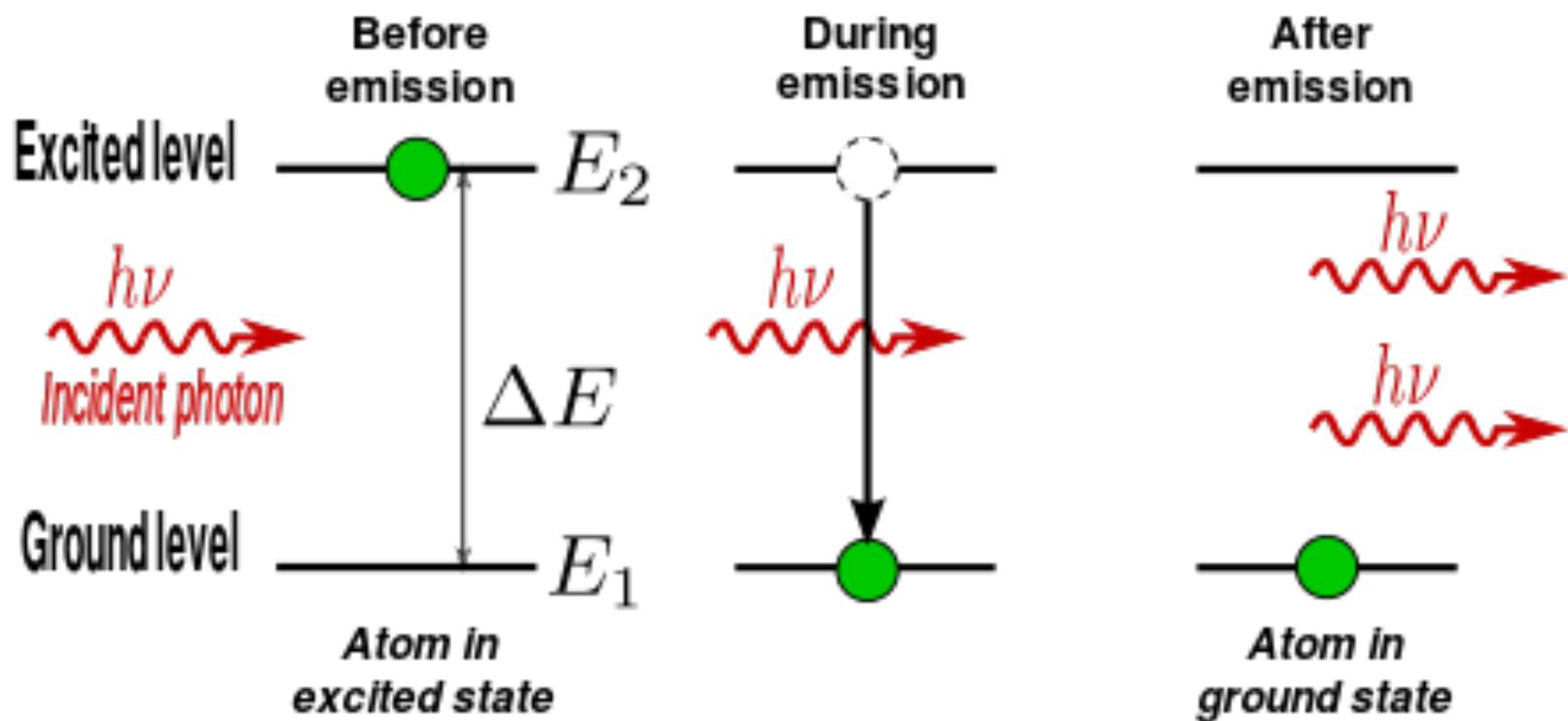
Future

3 nm ~ 2022
2 nm ~ 2023



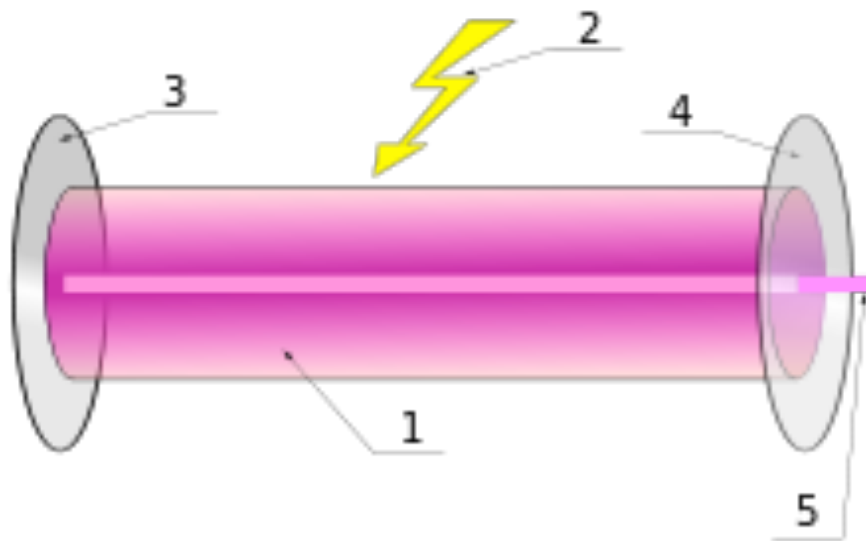
Apple M1 processor (2020)
8-core ARM, 16 billion transistors

1905年 アインシュタイン



$$E_2 - E_1 = \Delta E = h\nu$$

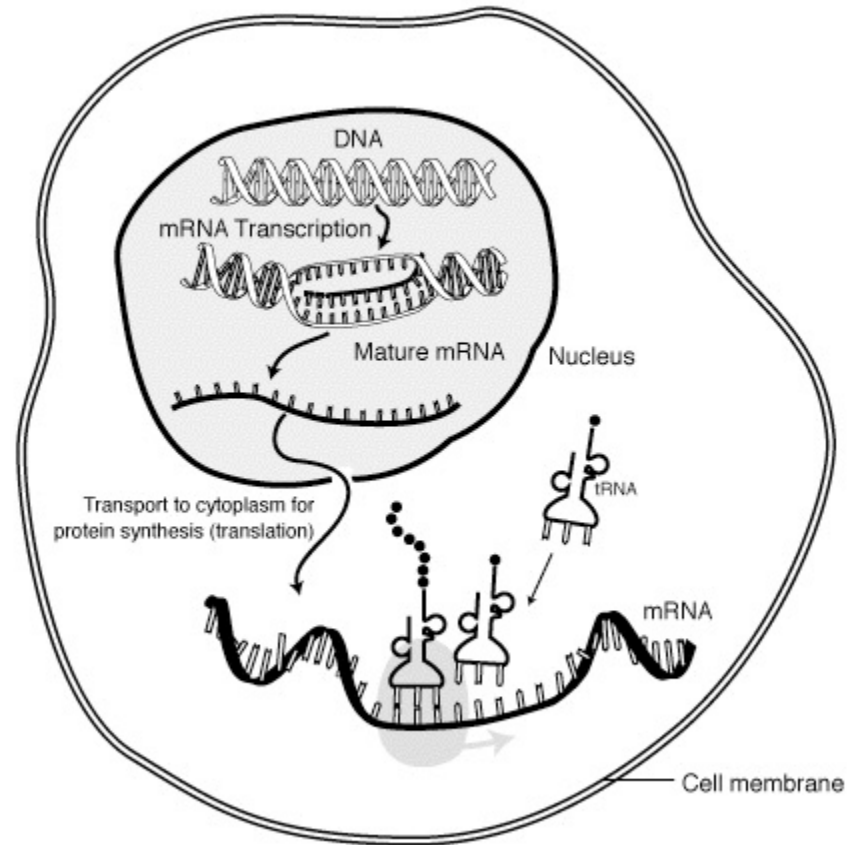
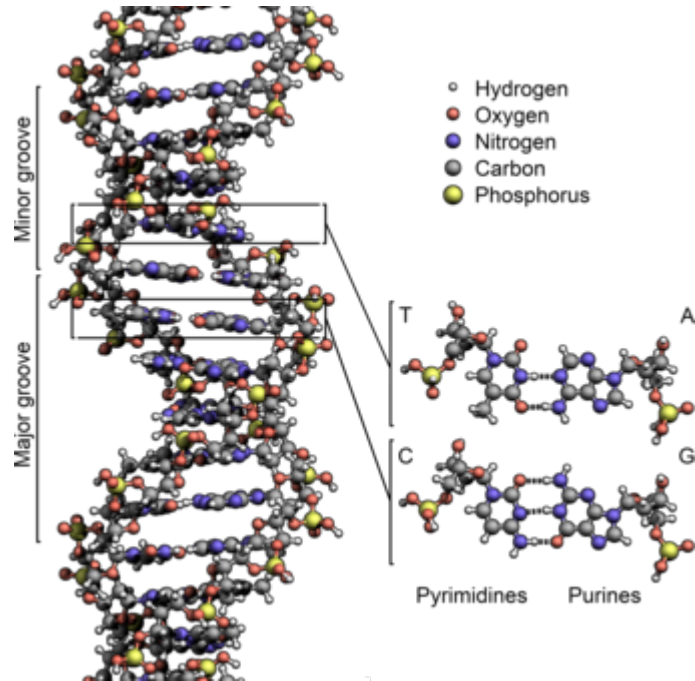
1960年 Laser

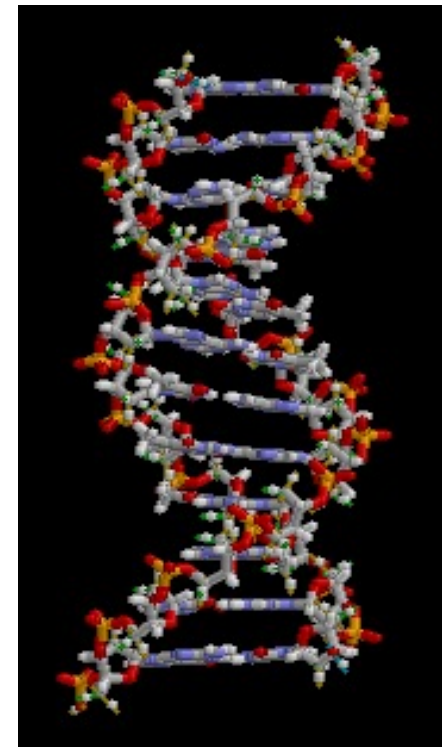
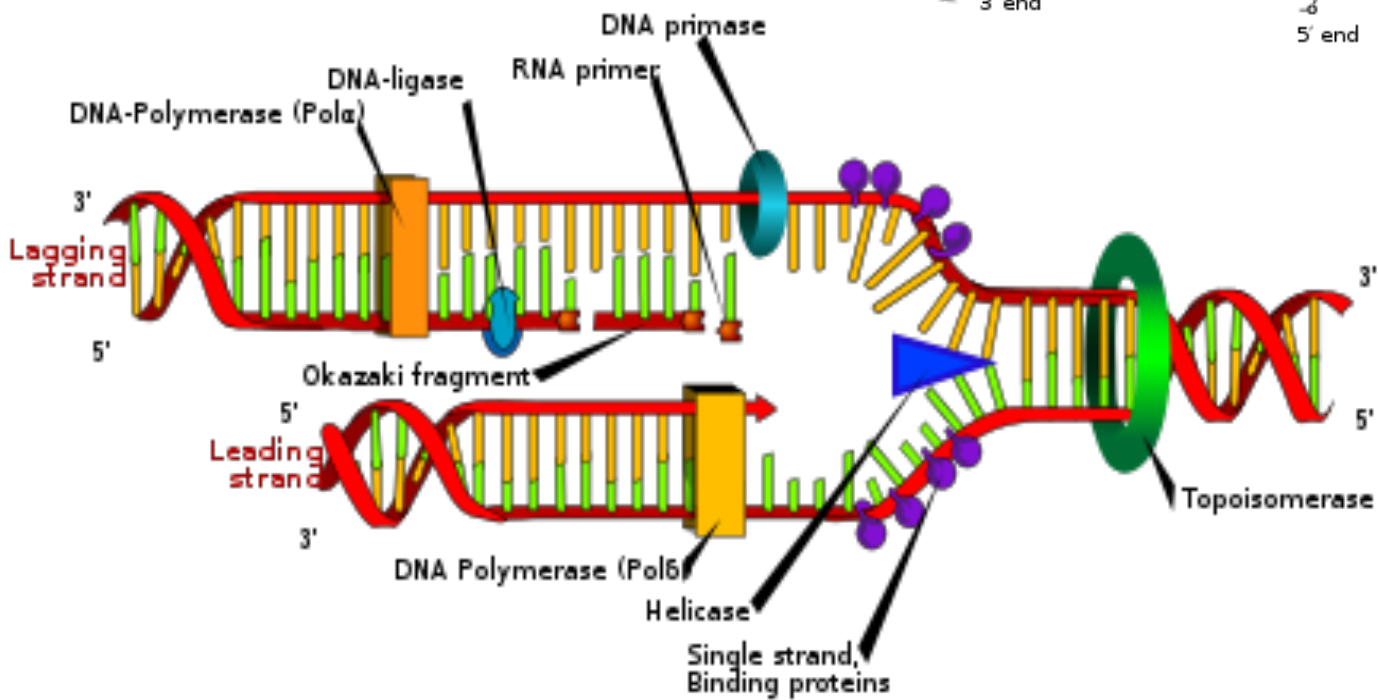
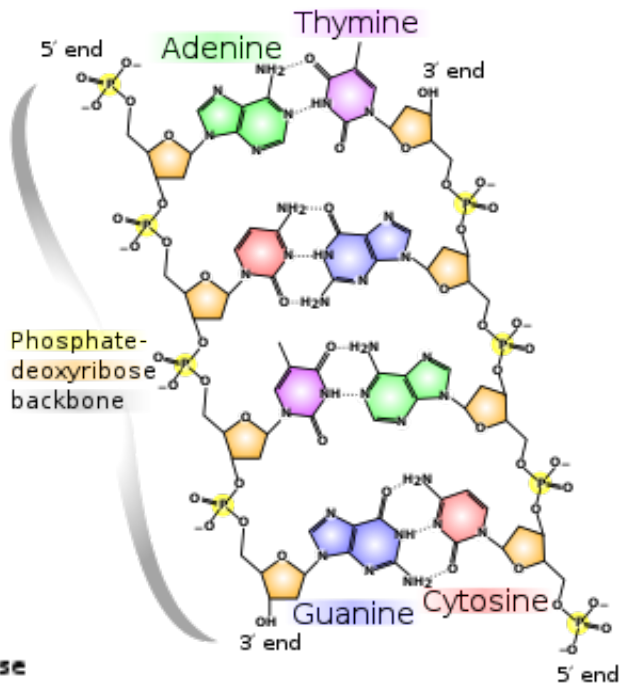


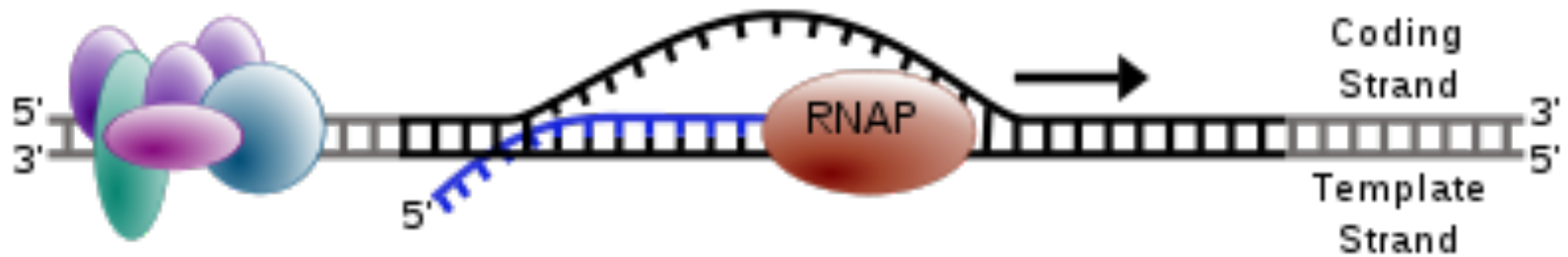
生命科学



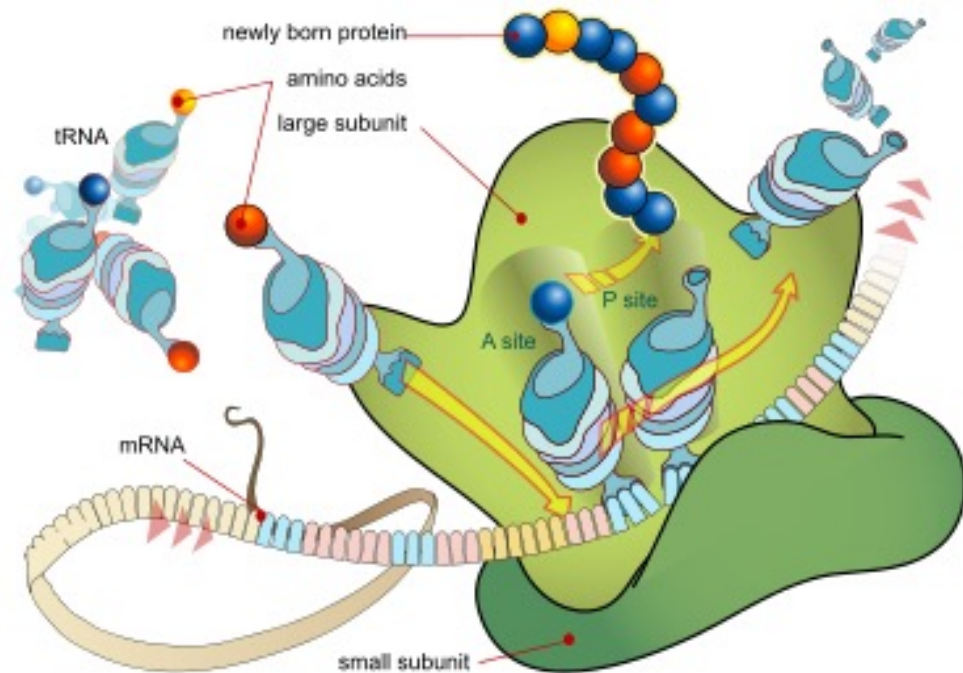
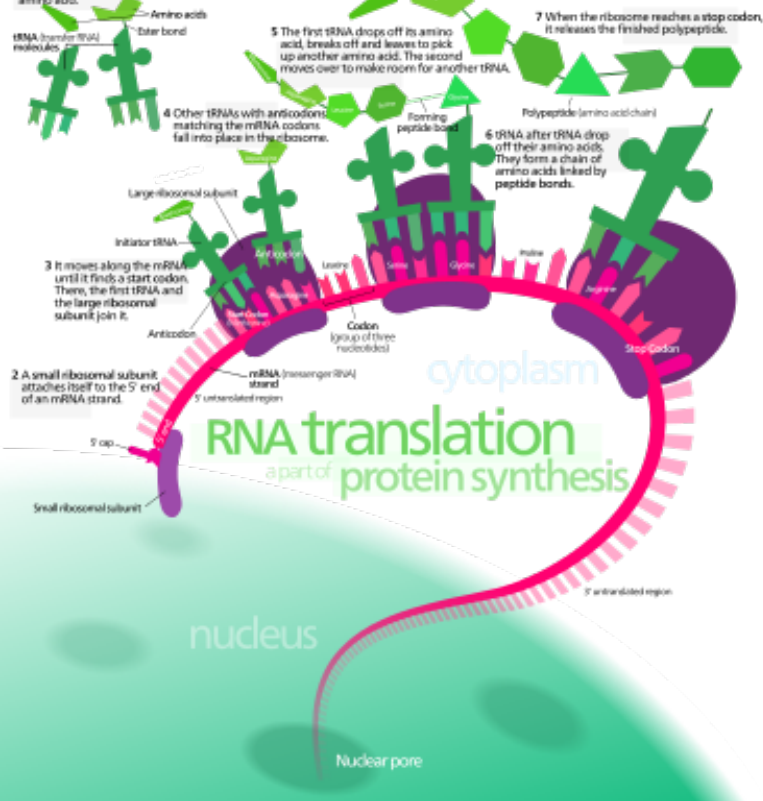
1953年 Watson & Click

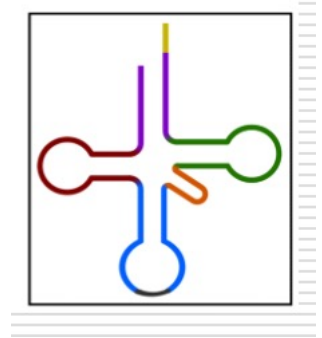
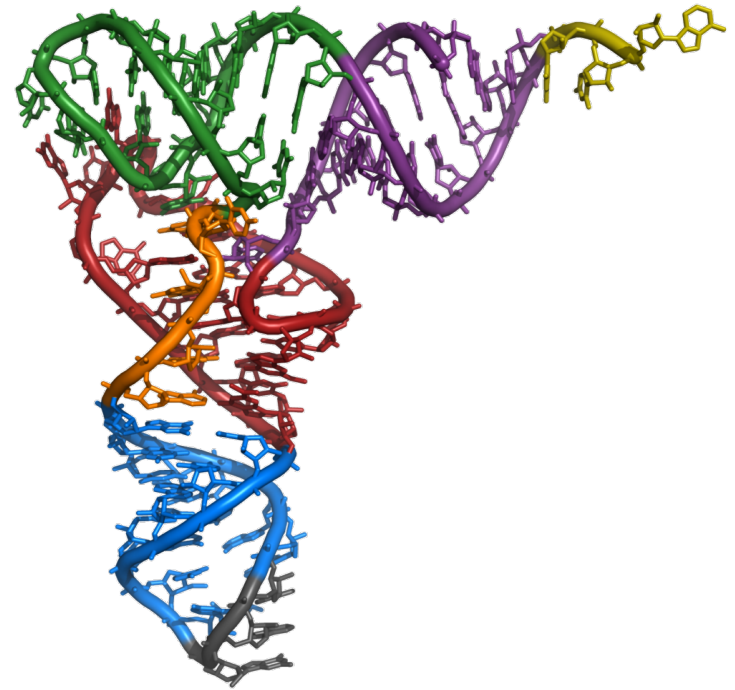
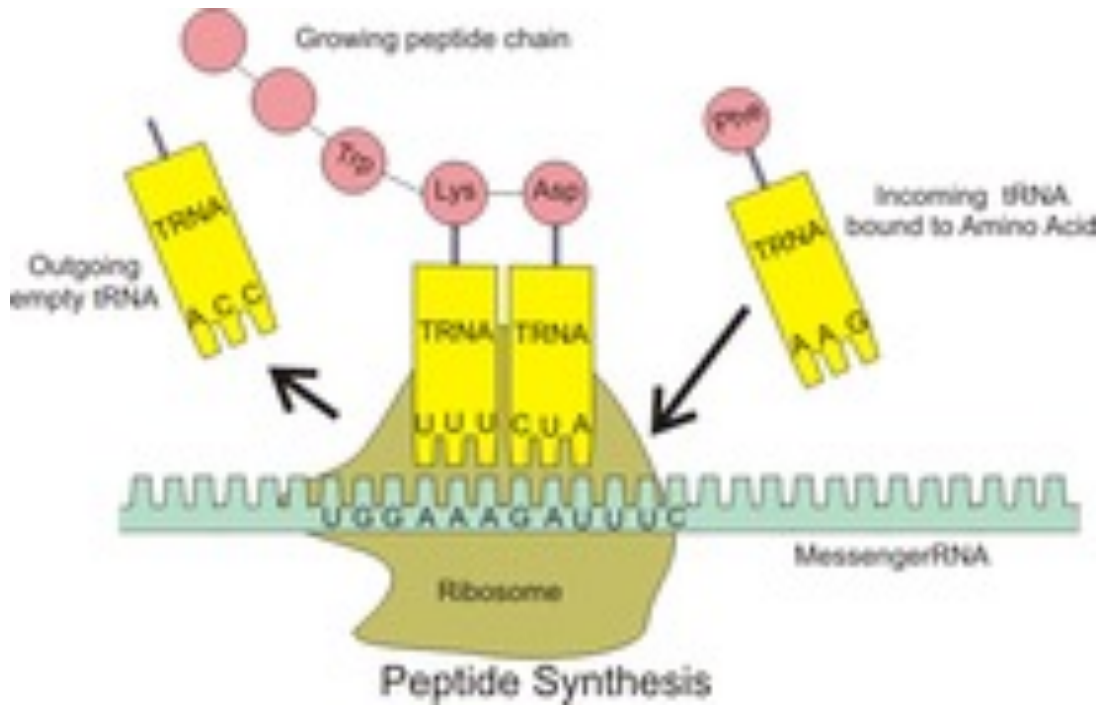






1 An enzyme called aminoacyl tRNA synthetase (not shown) attaches amino acids to their corresponding tRNA molecules using energy from ATP. Each amino acid has its own tRNA molecule with the anticodon for that amino acid.





素粒子の標準モデル



素粒子の標準モデル

1967年 ワインバーグ・サラム

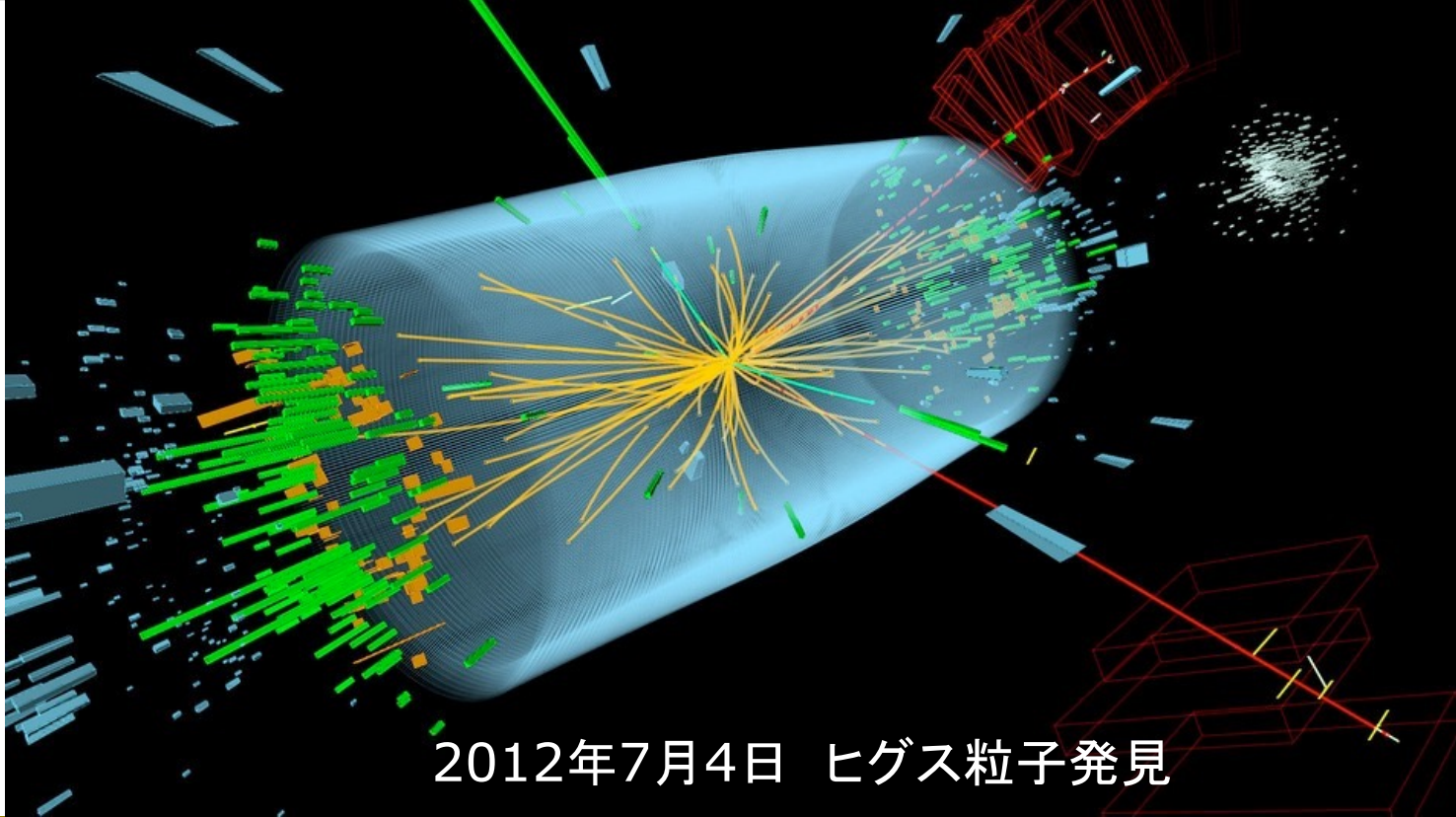
	フェルミオン			ボソン	
クォーク	u アップ	c チャーム	t トップ	γ 光子	
	d ダウン	s ストレンジ	b ボトム	g グルーオン	
レプトン	ν_e 電子ν	ν_μ ミューν	ν_τ タウν	W W ボソン	
	e 電子	μ ミューオン	τ タウ	Z Z ボソン	H ヒッグス

2012年7月4日 発見

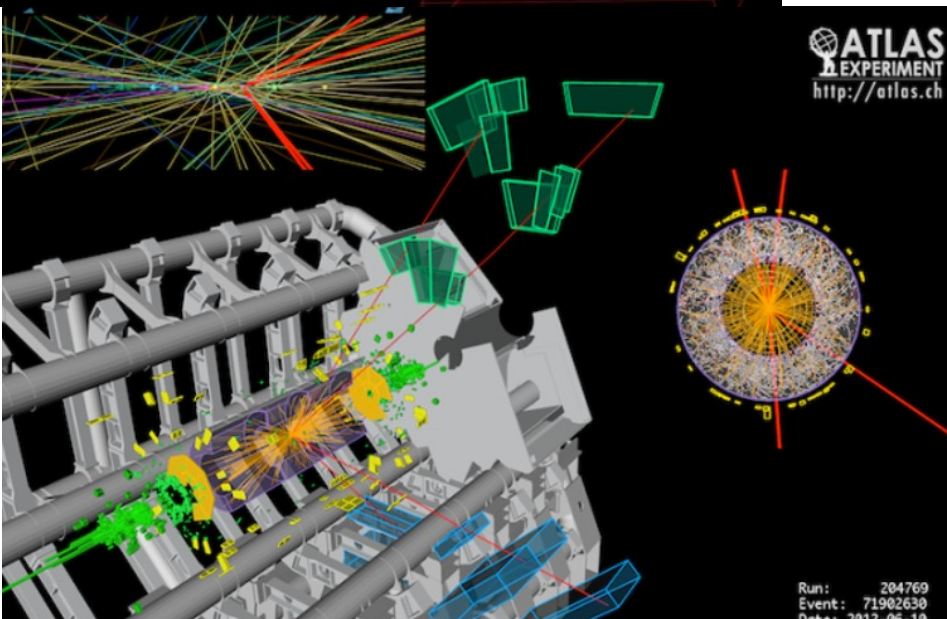
2013年
ノーベル賞
Higgs
Englert





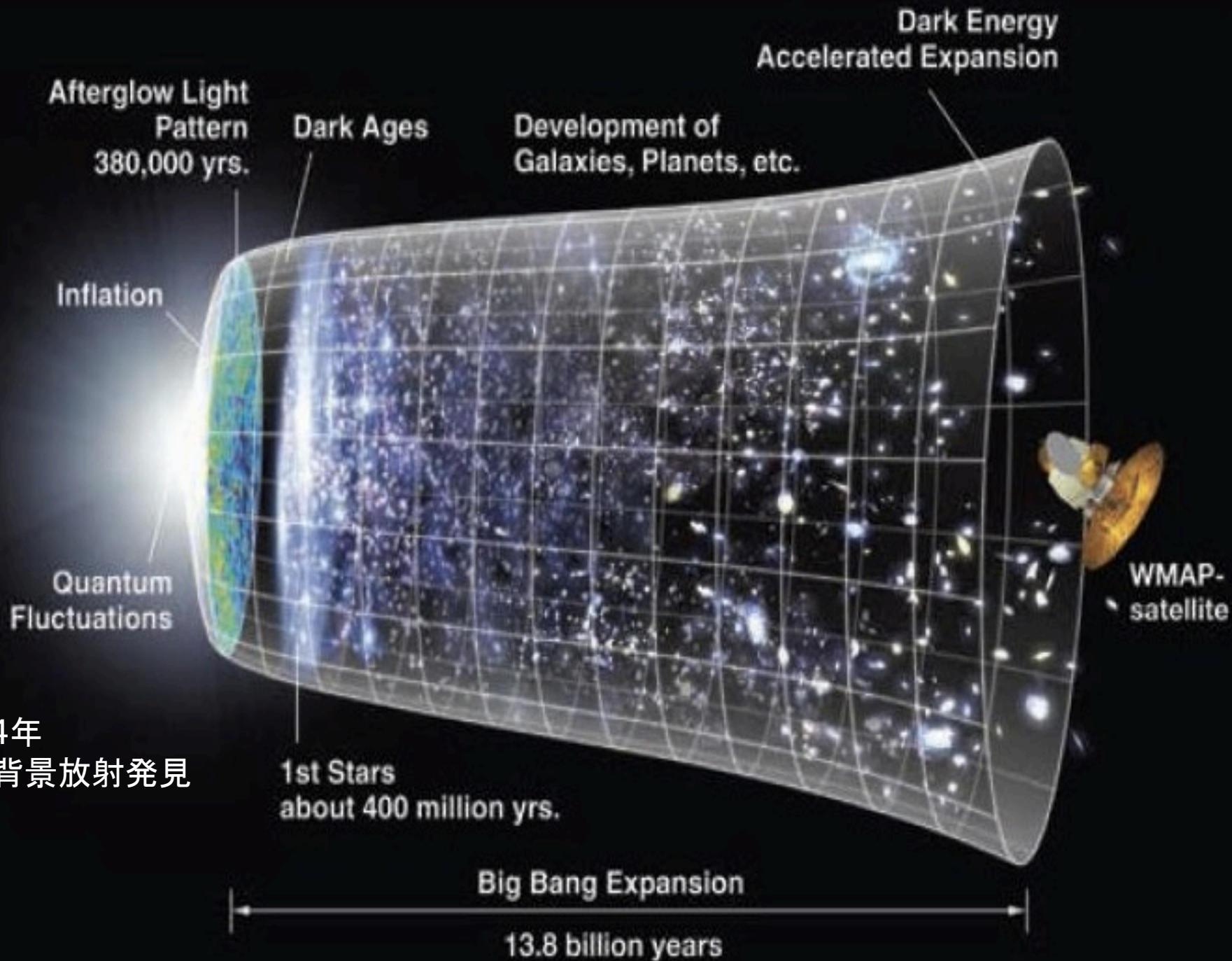


2012年7月4日 ヒグス粒子発見



宇宙論





1964年
宇宙背景放射発見

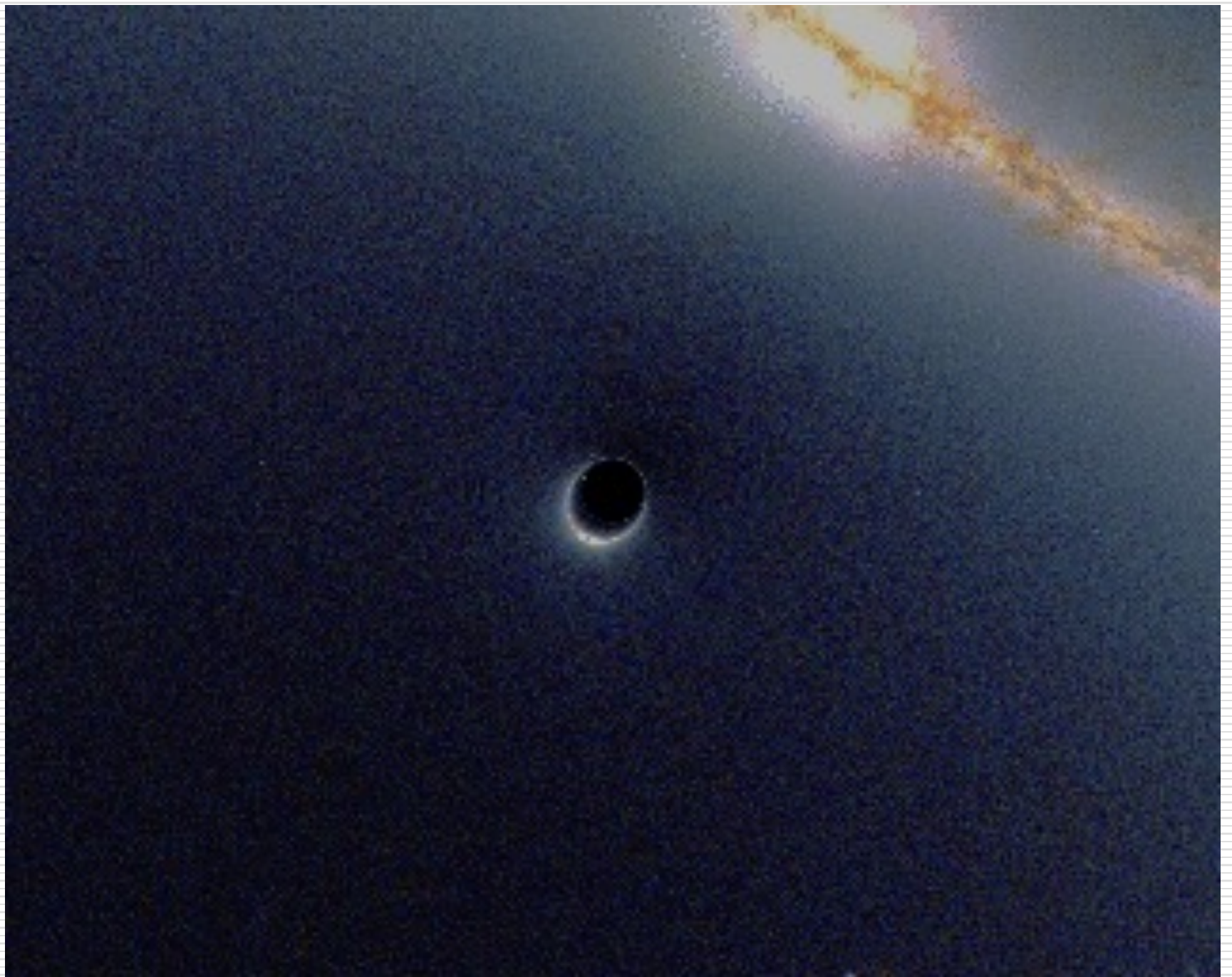
The supermassive black hole at the core of supergiant elliptical galaxy Messier 87, with a mass about 7 billion times that of the Sun,

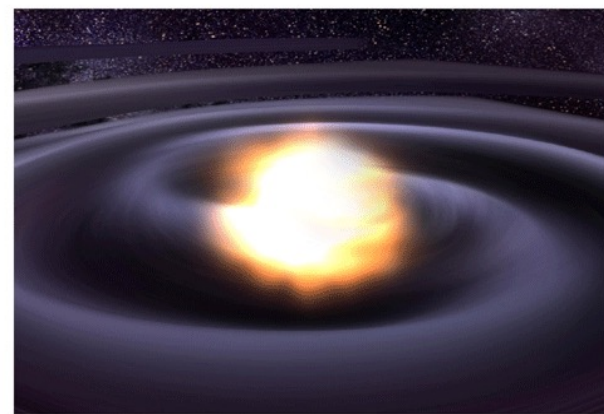
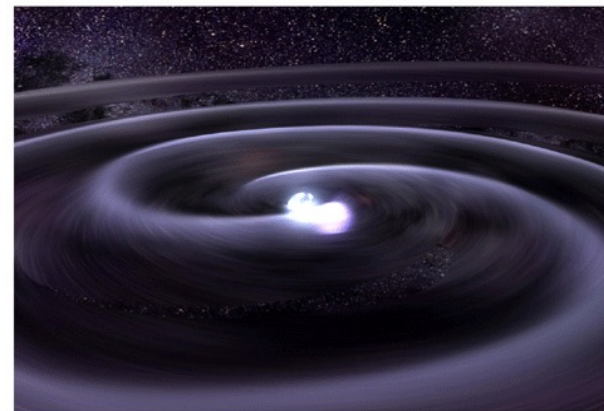
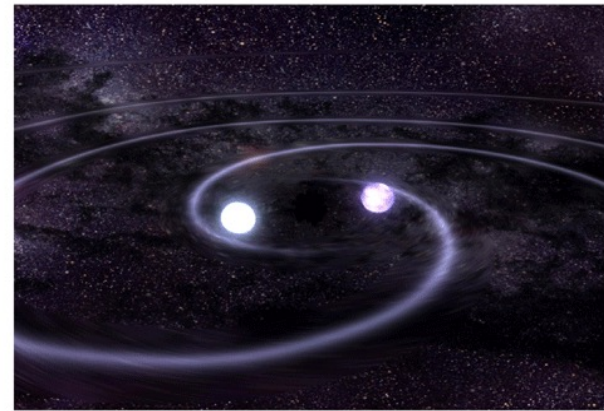
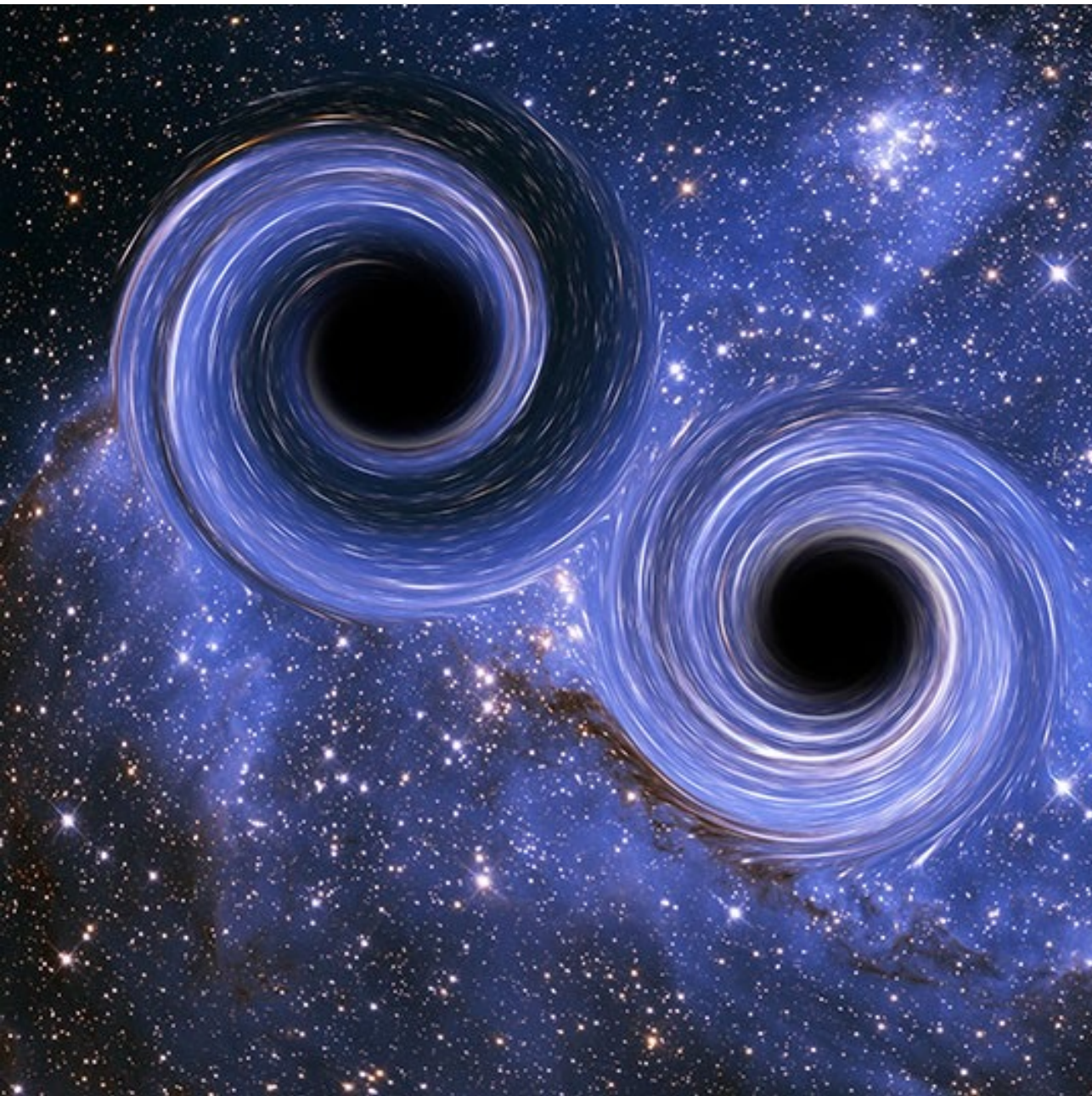


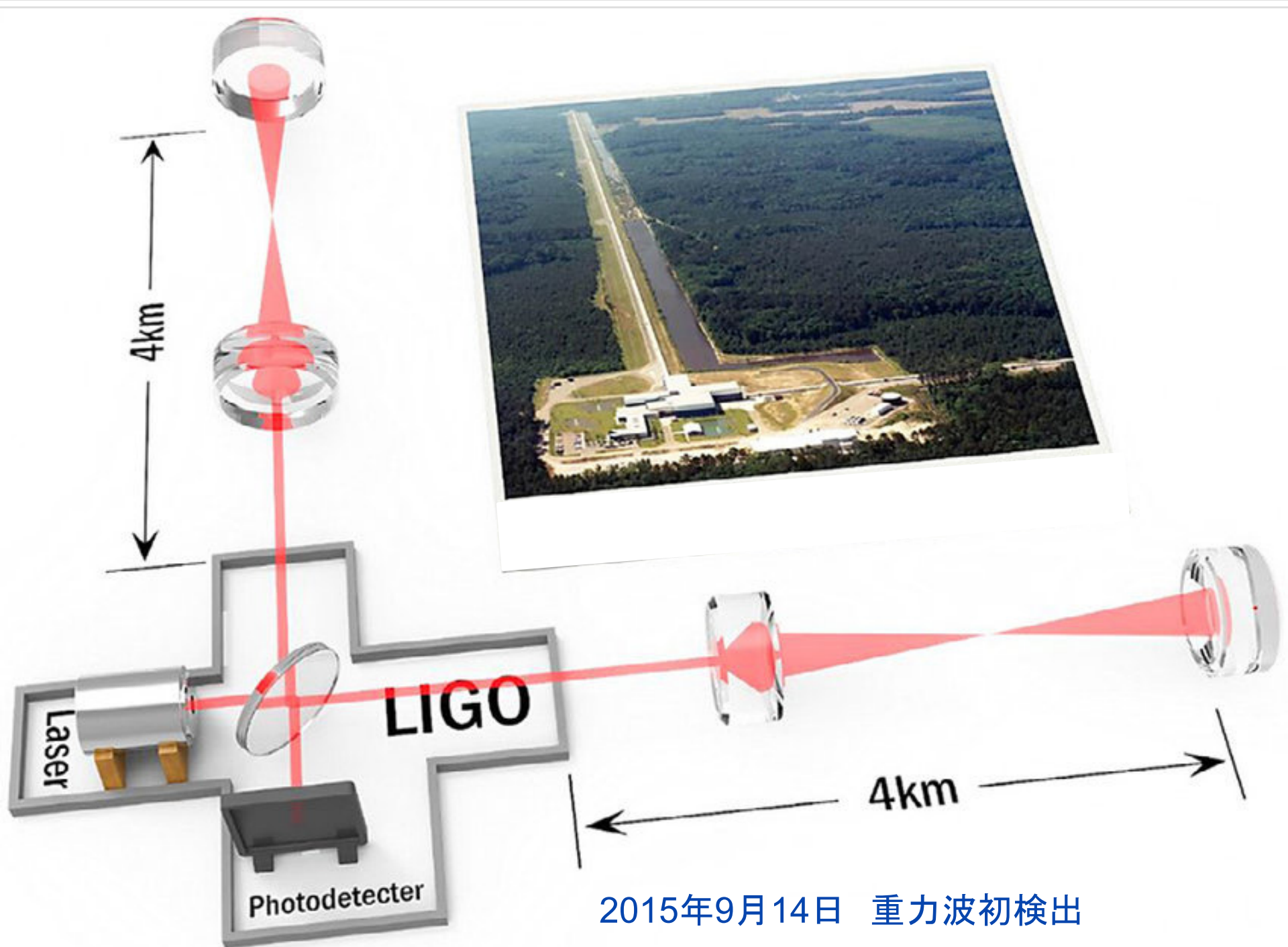
The first false-colour image in radio waves released by the Event Horizon Telescope (10 April 2019)



Simulated view of a black hole in front of
the Large Magellanic Cloud.







LIGO

Laser

Photodetector

4km

4km

2015年9月14日 重力波初検出



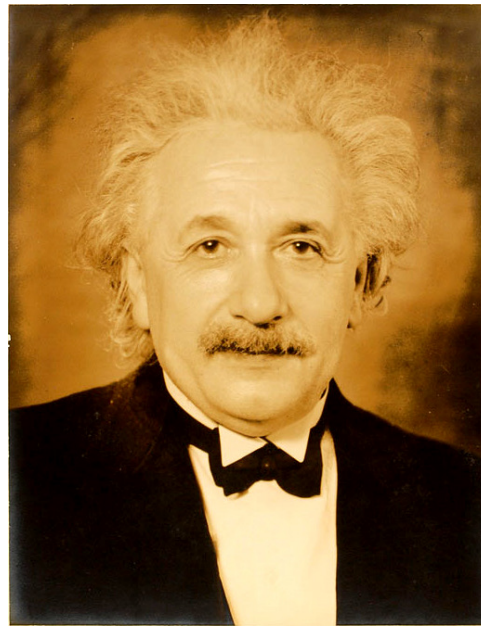
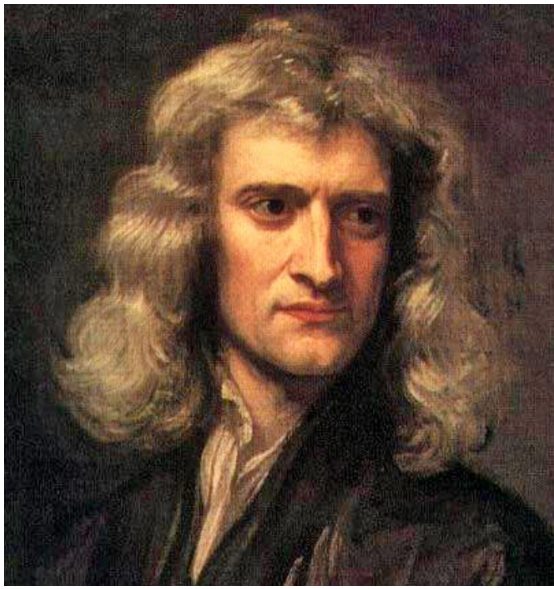
Part III

量子論と相対論の「対応」の発見

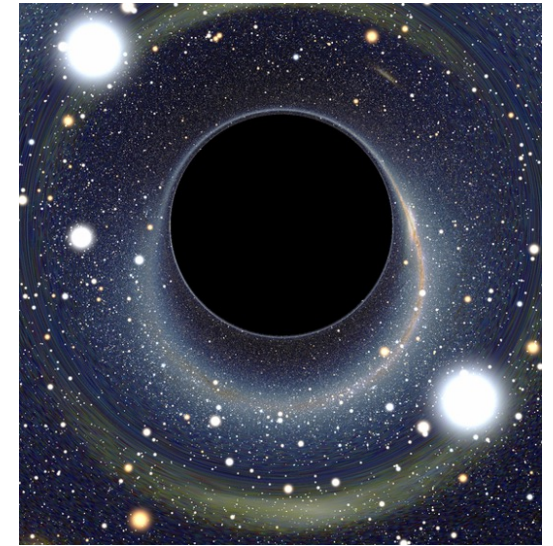
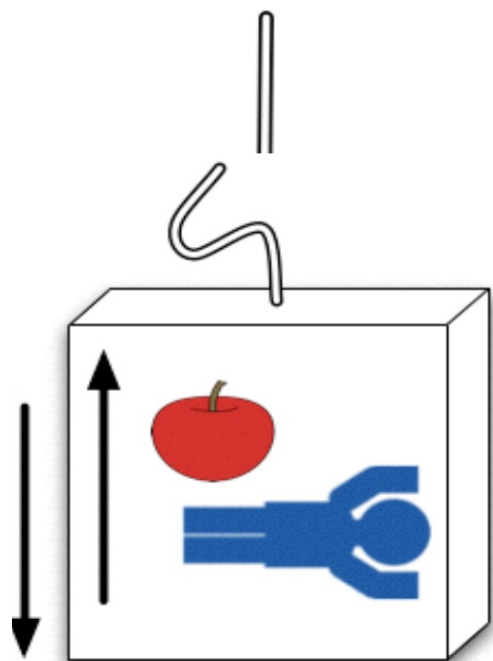
3/27 マルレク「楽しい科学」

ブラックホールのエントロピー

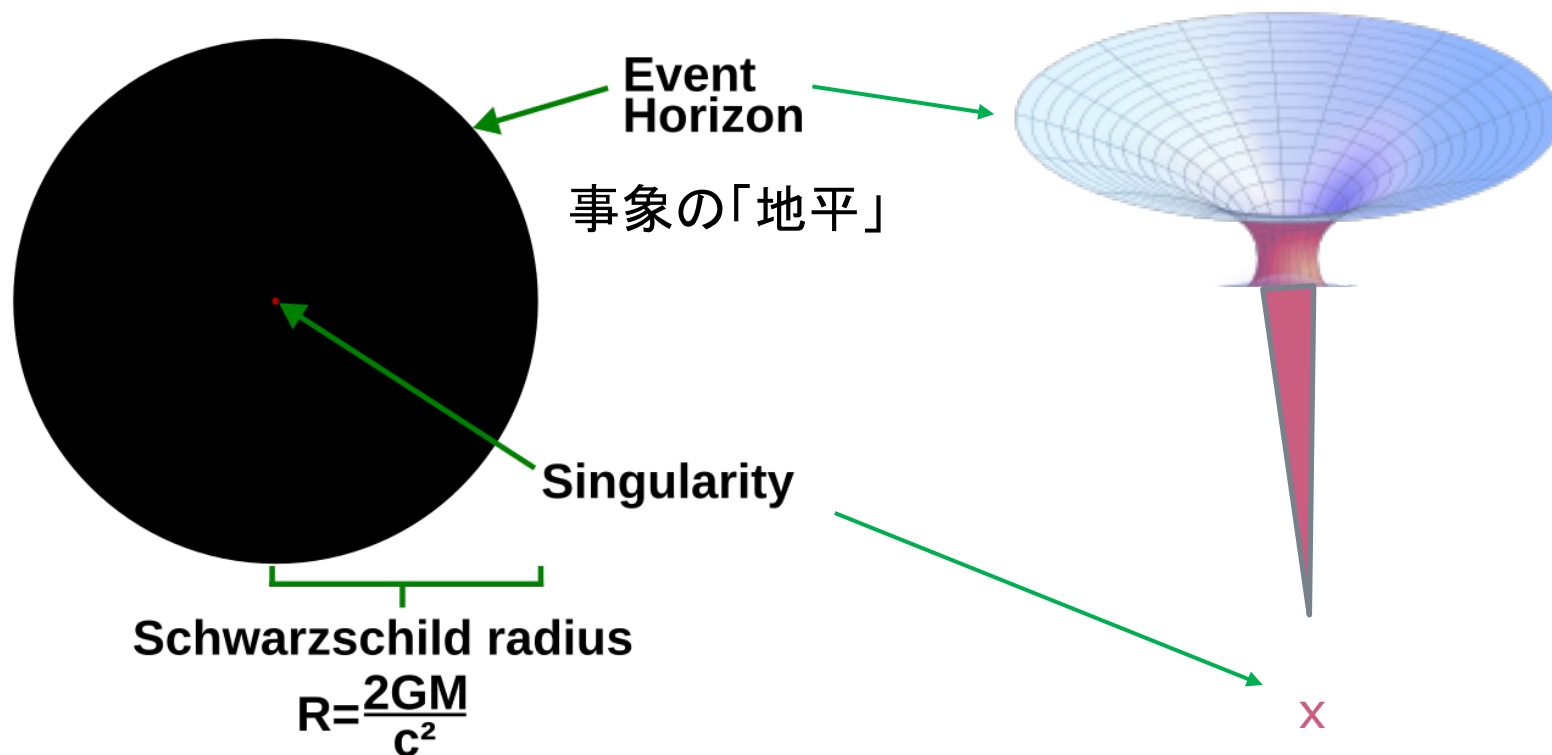




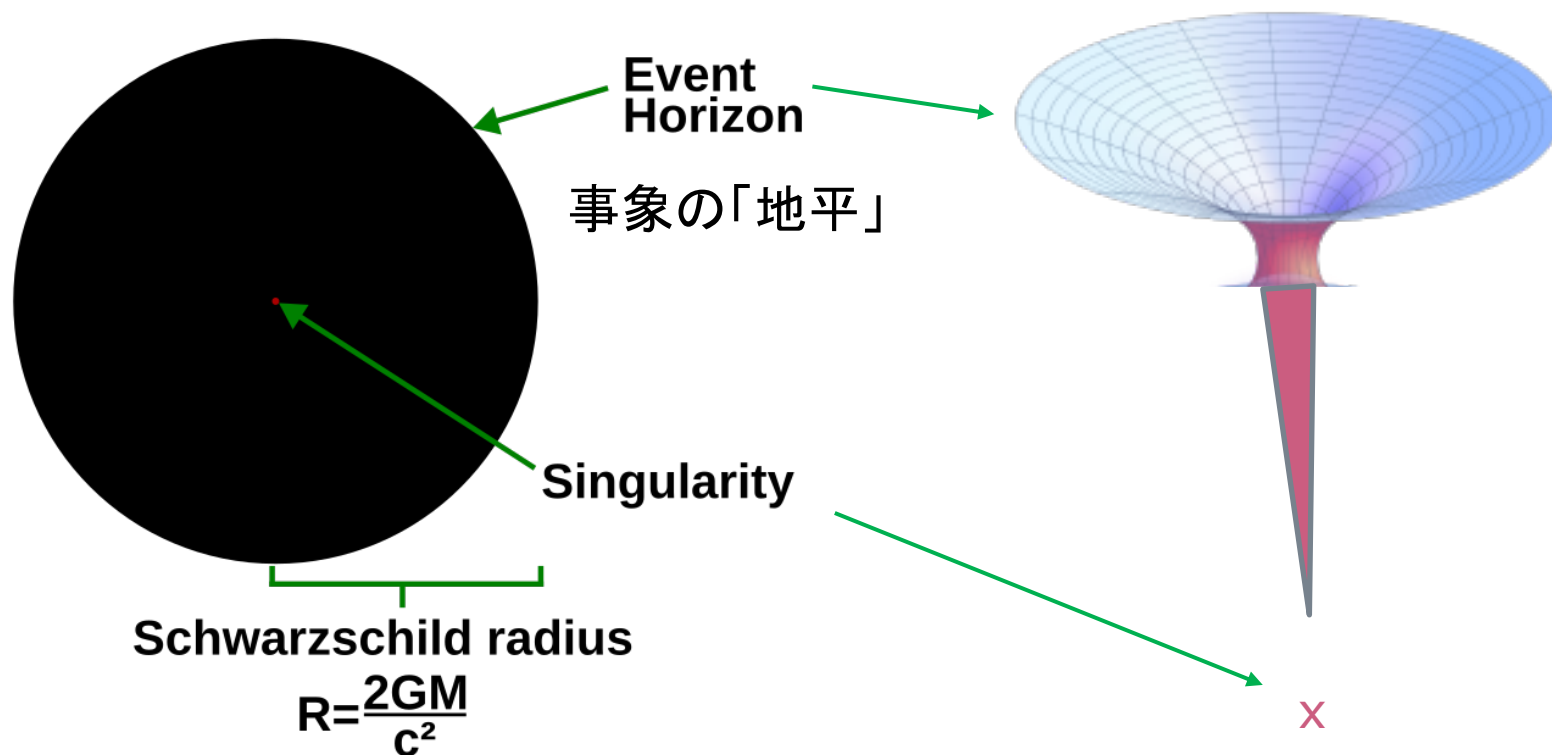
思考実験の舞台



- ブラックホールの「地平」とは、その一線を超えると、なにものも（光でさえ！）ブラックホールから脱出できなくなる、ブラックホールを周辺の時空とをへだてる「境界」のことです。

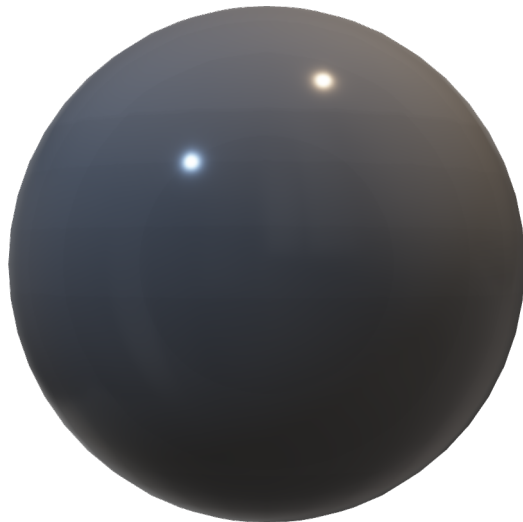


- ブラックホールは、観測可能な物理量としては、質量・電荷・角運動量の三つしか持たないと信じられてきました。ブラックホールは、極めて単純な構造の存在で、上の三つの物理量でその特徴を完全に記述できると。それを、物理学者のウィーラーは、「ブラックホールには毛がない」と表現しました。（「毛は、三本しかない」という意味）



1973年 ブラックホールのエントロピー

- 1973年、ベッケンシュタインは、これを覆す発見をします。彼は、ブラックホールが、先の三つの物理量の他に、エントロピーを持つこと、しかも、そのエントロピー S_{BH} が、ブラックホールの「地平」の表面積 A に比例することを見出します。この比例定数は、ホーキングが $1/4$ であることを見出します。



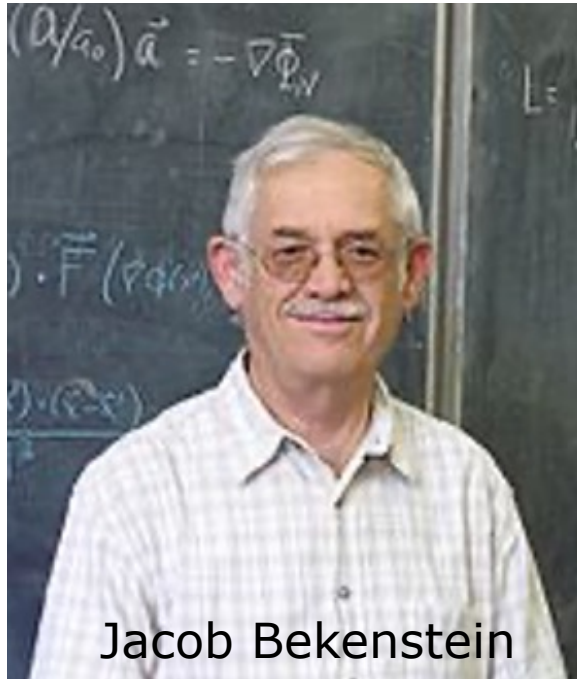
ブラックホールのエントロピー

$$S_{BH} = \frac{A}{4}$$

球の表面積 $A=4\pi r^2$

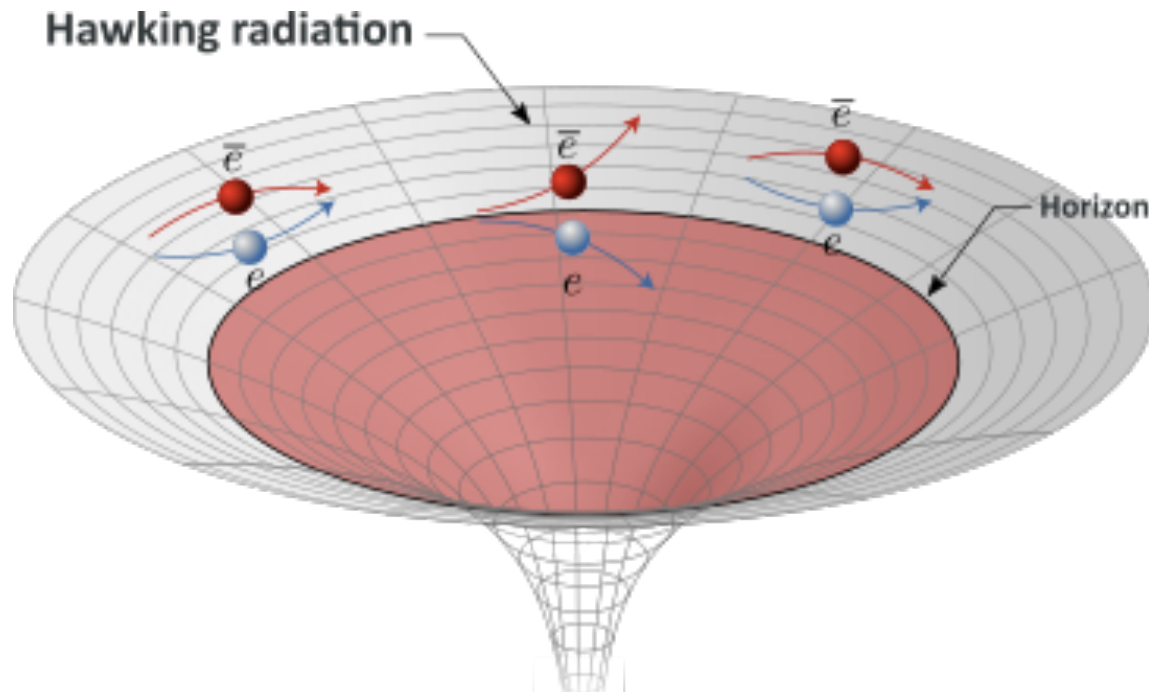
Area則

- 通常、ある空間のエントロピーは、その空間の体積に比例します。ブラックホールのエントロピーが、ブラックホールの体積(質量)ではなく、その地平の面積に比例すると言うのは、少し意外に思われるかもしれません。こうしたタイプの物理法則を「エリア則に従う」といいます。




1974年 ホーキング ブラックホール輻射とブラックホールの蒸発

- 1974年、ホーキングはブラックホールの地平周辺で対発生した粒子の一方がブラックホールに落ち込み、他方がそこから抜け出すと、ブラックホールから粒子が飛び出すように見えることに気づきます。ブラックホールは、それによってエネルギーを失って、じょじょに蒸発していきます。



ブラックホールは、「温度」も持つ

- この輻射により、ブラックホールは、温度も持つことになる。ホーキングは、その温度も導出した。ブラックホールは質量 M が小さければ小さいほど高温であるといえる。とはいえその温度は、例えば太陽の数倍の質量を持つブラックホールの場合、100万分の1 K 程度となり、通常の恒星質量クラスのブラックホールでは宇宙背景放射の温度 (3 K) よりもずっと低い。



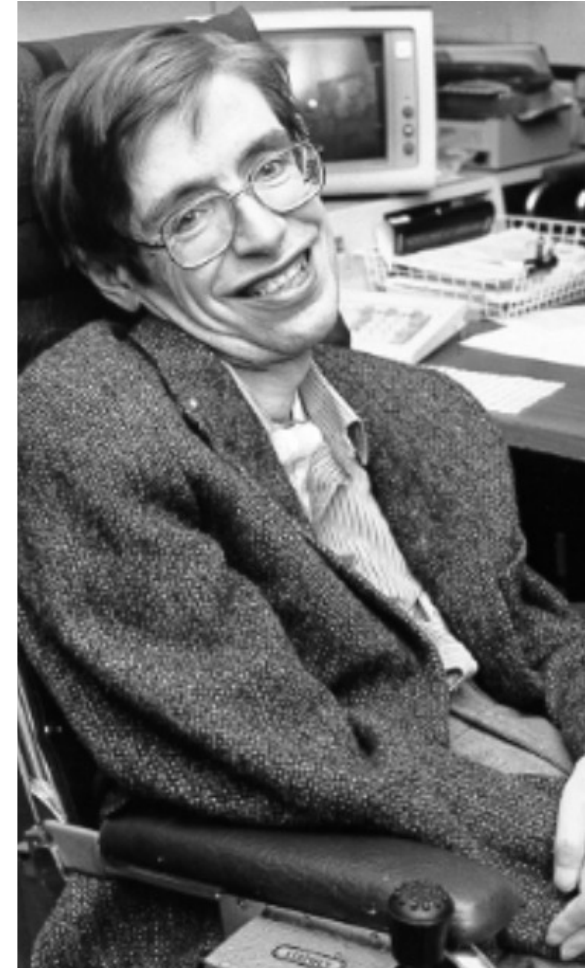
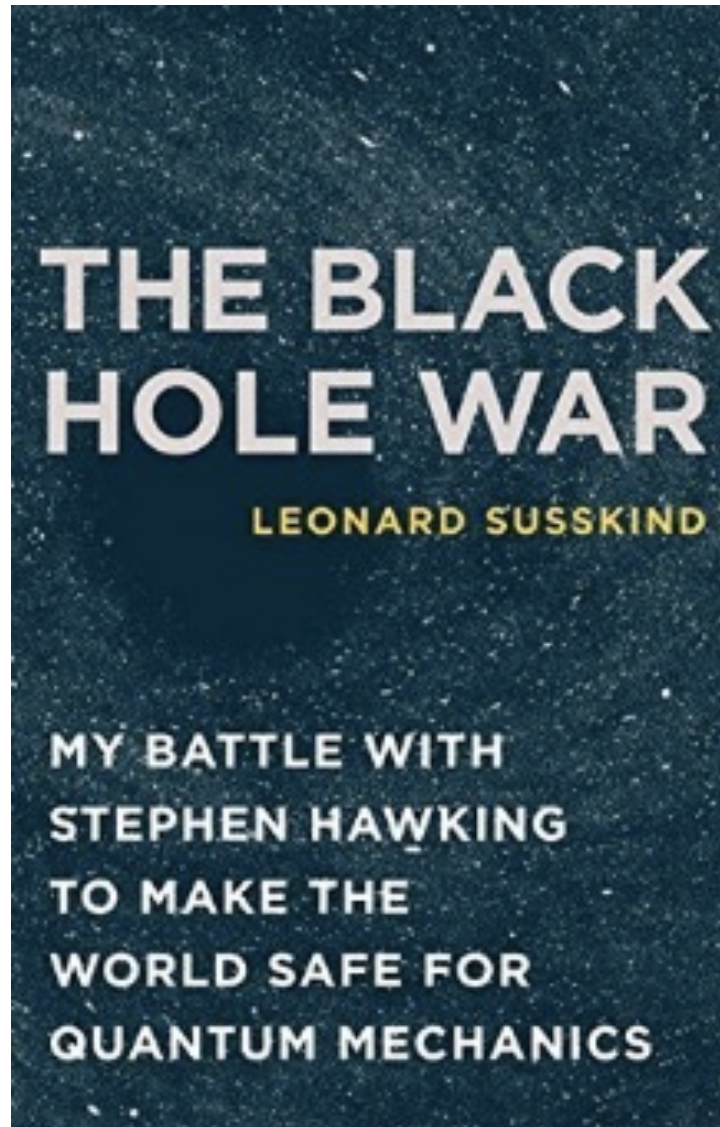
A diagram showing a central white circle representing a black hole. From this circle, several jagged, lightning-bolt-like lines radiate outwards, symbolizing the emission of Hawking radiation.

$$T = \frac{hc^3}{16\pi^2 GMk}$$

ブラックホールでの情報の消失？

- ホーキングは、ブラックホールに落ち込んだ量子の持つ情報は、永久に失われると考えた。
- 量子論では、量子の状態はユニタリ変換に従って決定論的に変化し、かつ、その変化は、時間の反転のもとで可逆的である。現在の量子の状態から、未来の量子の状態も。過去の量子の状態も、予想することができる。要するに、量子の持つ情報は保存される。
- ブラックホールでは、量子の情報は消失するというホーキングの主張は、量子論への新たな挑戦であった。

2008年 by Susskind

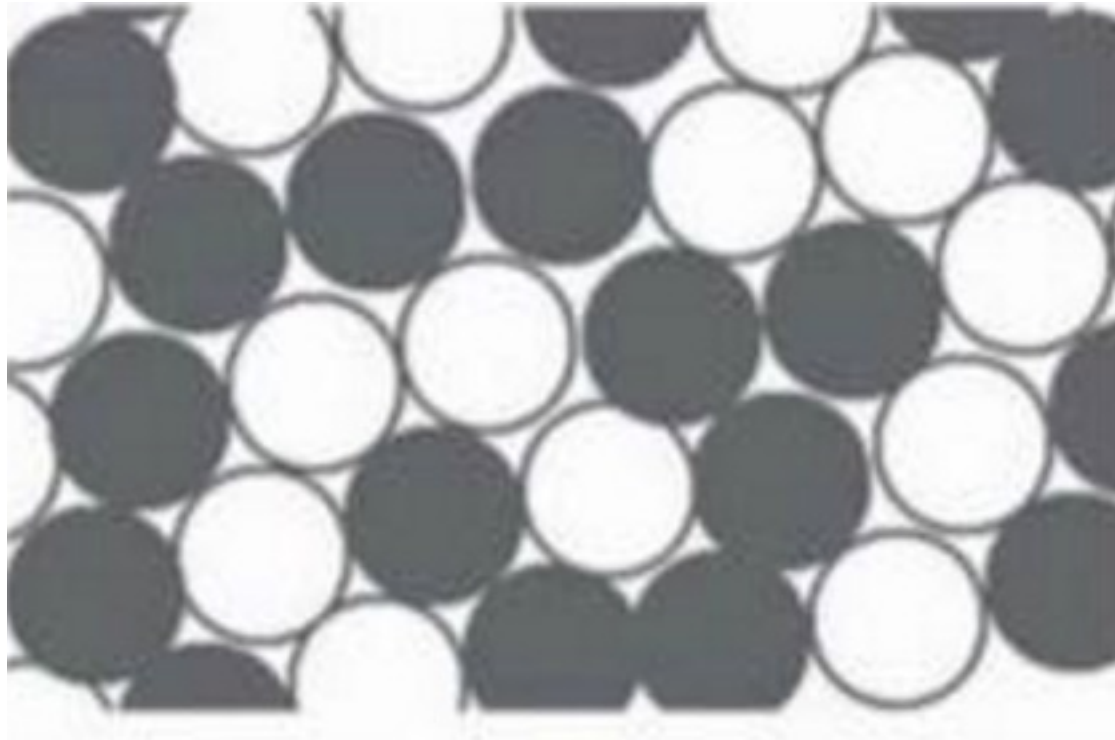


サスキンドの計算 ホログラフィー原理

- 今、ブラックホールに、光子(光の粒子)が一個落ち込んだとする。この光子は、1bitの情報を持っているとする。
(本当は、光子一個は、無数の情報を持ちうるのだが。光子の波長を、ブラックホールの地平の半径と同じ程度に広いものにすれば、光子の輪郭はぼやけ、それが持つ情報を小さなものにできる)
- この時、ブラックホールのエネルギーは、どれほど増えるだろうか？ それは、ブラックホールに落ち込んだ、1bitの情報を運ぶ光子のエネルギーだけ増える。その量は計算できる。
- エネルギーは質量に等しいので、この時、ブラックホールの質量が、どれだけ増えるかがわかる。
- ブラックホールの地平の半径 R は、ブラックホールの質量 M で決まる。半径がわかれば、その地平の面積の変化を計算できる。

- 1bitの情報を持つフォトン一個が、ブラックホールに落ち込むと、ブラックホールの質量は、 10^{-45} キログラム増えるという。小数点のゼロの下にゼロが45個並ぶ数だから、普通なら、無視しても構わない変化だ。
- この時、地平の半径は、 10^{-72} メートル伸びるという。さっきの変化より、もっともっと小さい。普通なら、無視しても構わない変化だ。
- この時、地平の面積は、 10^{-70} メートル広がる。これも、無視して構わない変化だ。
- サスキンドは、ここであることに気づく。 10^{-70} というのは、プランクの長さ $h = 10^{-35}$ の二乗じゃないか？
- そこで、ブラックホールの質量を、いろいろ変えて計算すると、驚くべきことに、どんな質量のブラックホールでも、1bitの情報を持つフォトンが飛び込むと、その地平の面積は h^2 プランク長の二乗分だけ広がるのである！（一部、脚色あり。）

- イメージとしては、こういうこと。
- ブラックホールの地平が、 $h \times h$ のマス目で、びっしり埋められているとする。ここに、1bitの情報をもった光子が、飛び込むと、新しいマス目が、他を押しつけて一つ増えるということ。なんか、格好いい発見である。



1. 1ビットの情報を追加すると、ブラックホールのエネルギーは、どれくらい増加するのか？ それは、1ビットを運ぶフォトン一つのエネルギーに等しい。
2. 次に、このビットの追加で、ブラックホールの質量は、どう変わるのか？ ここでは、有名なアインシュタインの $E = mc^2$ の式を使う。
3. 質量の変化がわかれば、シュワツシルド半径 R_s の変化がわかる。

$$R_s = 2MG/c^2$$

4. 最後に、ブラックホールの地平の面積は、次の式で与えられる。

$$\text{地平の面積} = 4\pi R_s^2$$

1ビットのフォトンの波長は、ブラックホールの中で、その位置が不確定になるように十分長い波長を持たなければならない。その波長は R_s に等しい。アインシュタイン・プランクの式で、振動数 ν の光のエネルギー E は、 $E = h\nu$ 、 $\nu R_s = c$ だから（波の速さ = 振動数 x 波長）、そのフォトンのエネルギーは、次の式で表される。

$$E = hc/R_s$$

$E = mc^2$ だから、このエネルギーが与えられた時の質量の変化は、エネルギーを c^2 で割ったもの。

$$\text{質量の変化} = h/R_s c$$

太陽と同じくらいの質量のブラックホールのシュワルツシルド半径 R_s は、3,000メートル程度。光のスピード $c = 3 \times 10^8$ メーター。プランクの定数 $h = 6.6 \times 10^{-34}$ だから、1ビットの情報が、太陽程度の質量を持つブラックホールに落ちた時の質量の変化は、とても小さい。

$$\text{質量の増加} = 10^{-45} \text{ キログラム}$$

先の質量と半径の関係を使えば、

$$R_s \text{ の増加} = 2MG/c^2 = 2(h/R_s c)G/c^2 = 2hG/(R_s c^3)$$

これは、 10^{-72} メーターの変化。

この時の面積の増加は、 10^{-70} 平方メーター。

ブラックホールのエントロピーは、bitで計測すれば、プランクの面積単位で計測した地平の面積に比例する。

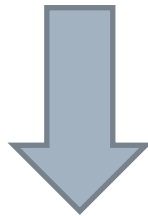
情報とは、面積である。

温度は、1bitの情報が追加された時の、システムのエネルギーの上昇である。

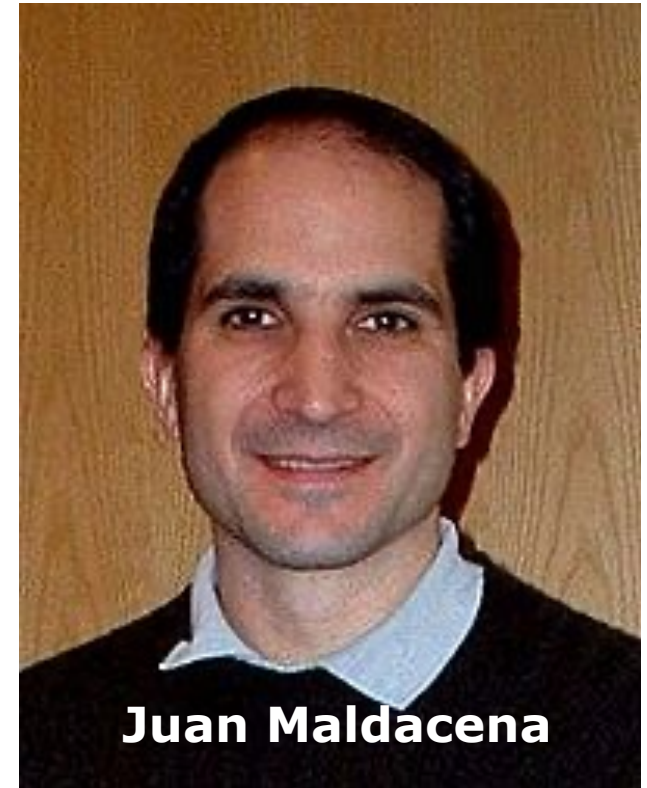
ホログラフィー原理

- 「ある空間Mの重力理論は、その境界 ∂M における、重力を含まない場の理論と等価である。」

't Hooft , Susskind



AdS/CFT 対応
1997年



新しい情報 / エネルギー観

- 落ち込んだフォトンの情報は、地平の平面にへばりつくのだ。
- これは、「ブラックホールのエントロピーは、地平の面積に比例する。」という、ベッケンシュタインの重要な発見を説明し、さらに詳しく言い換えたものだ。
- 「ブラックホールのエントロピーは、bitで計測すれば、プランクの面積単位で計測した地平の面積に比例する。」
- 「温度とは、1bitの情報が追加された時の、システムのエネルギーの上昇である。」
- これは、19世紀のボルツマン、20世紀のシャノンを超える、おそらく、21世紀の科学を特徴付ける、新しい情報 / エネルギー観である。

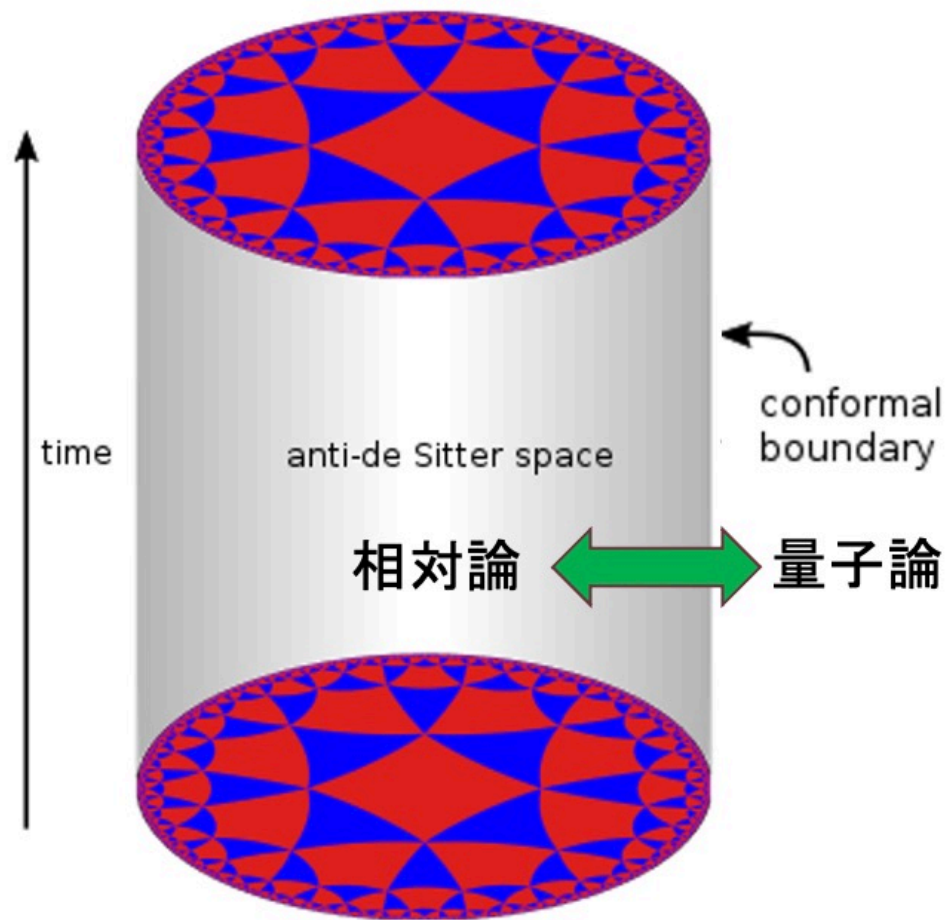
AdS/CFT 対応

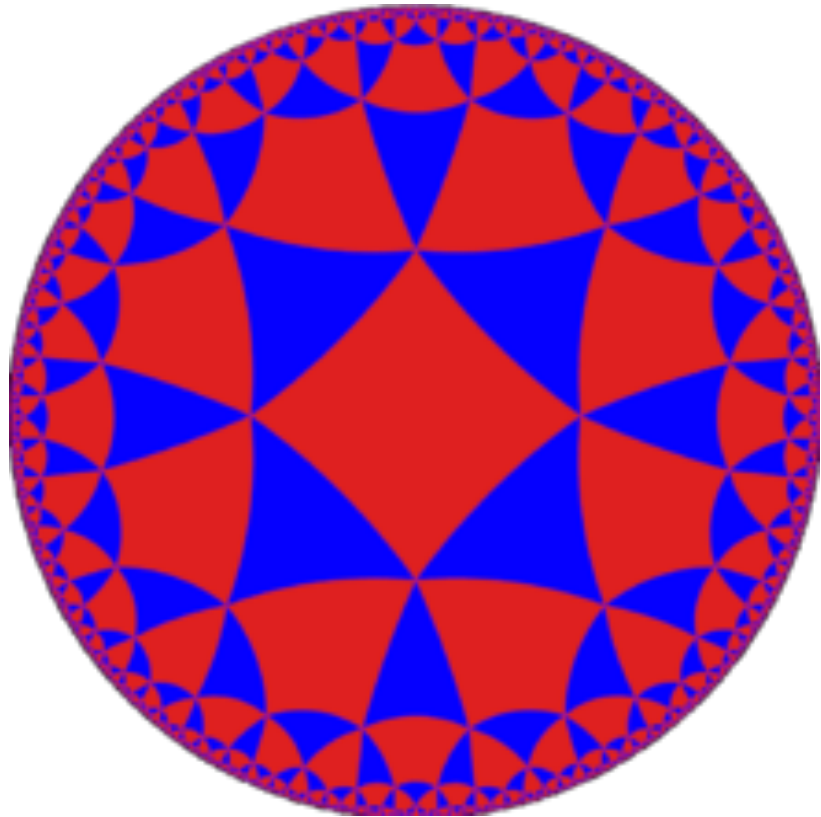


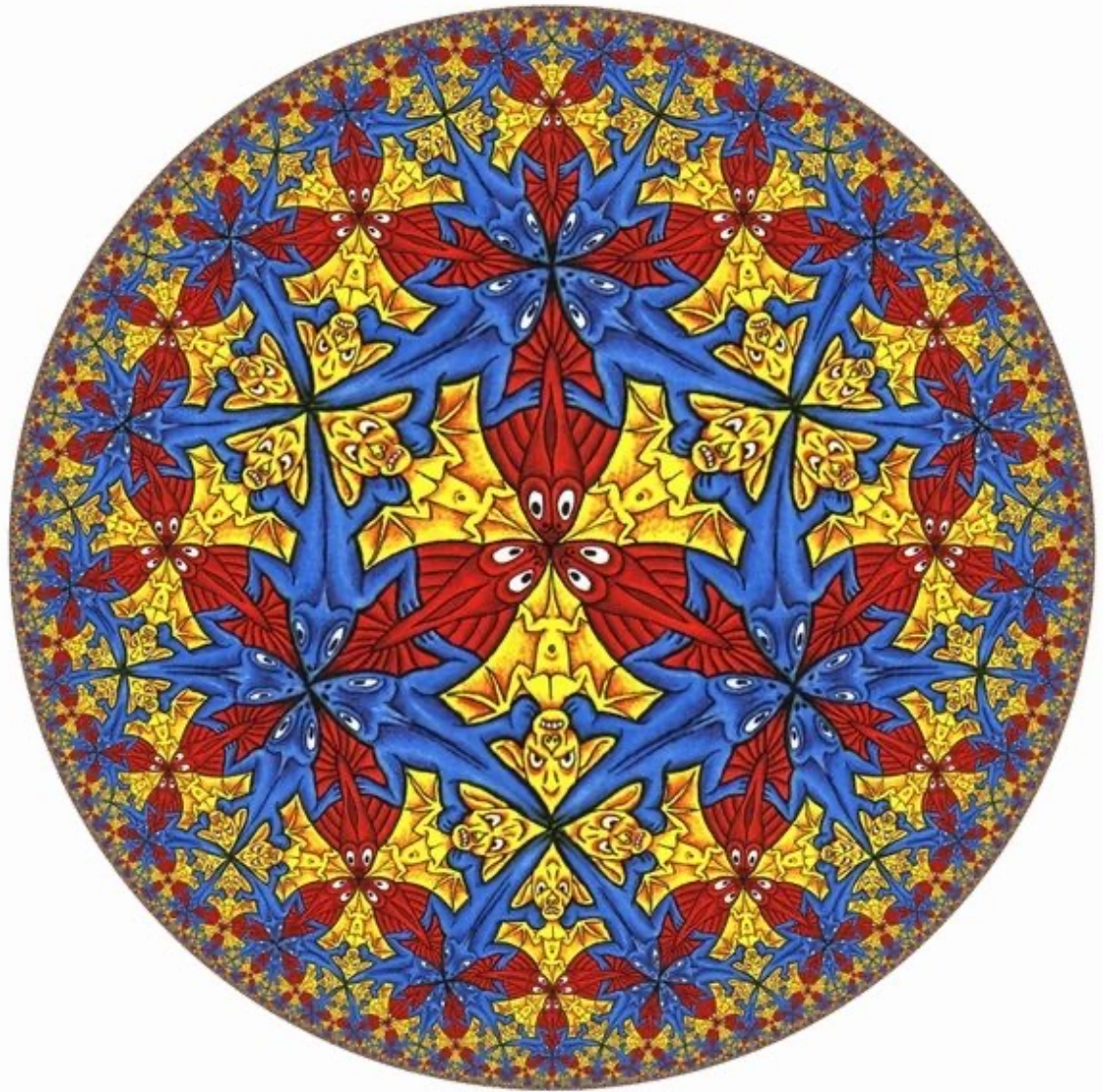
1997年 AdS/CFT対応

- 20世紀も終わりの1997年、マルデセーナは21世紀の物理学の扉を開く重要な発見をします。
- それは、 $d+1$ 次元の時空を記述する重力理論AdS(Anti-de Sitter Space)と、 d 次元の場の量子理論CFT(Conformal Field Theory)が「対応」していることの発見です。この対応を「AdS/CFT対応」と言います。
- この「対応」では、重力理論が $d+1$ 次元で量子論が d 次元なので、相対論(重力理論)と量子論の次元が一つずれていることに注意してください。スープの入った缶詰で例えて言えば、相対論は缶のない中身のスープの理論で、量子論はスープのないスープをつつむ缶の理論だと言うことになります。

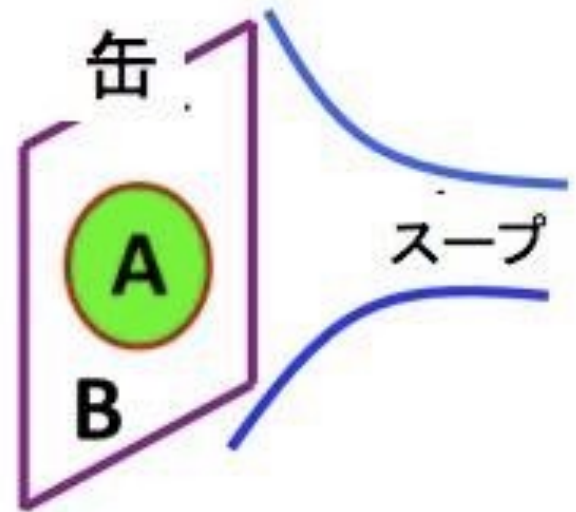
AdS/CFT対応



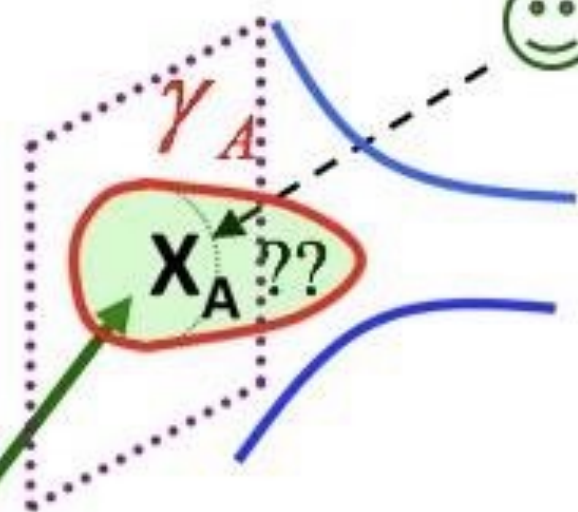




時空の中の我々



対応
↔



Aは、缶上の領域

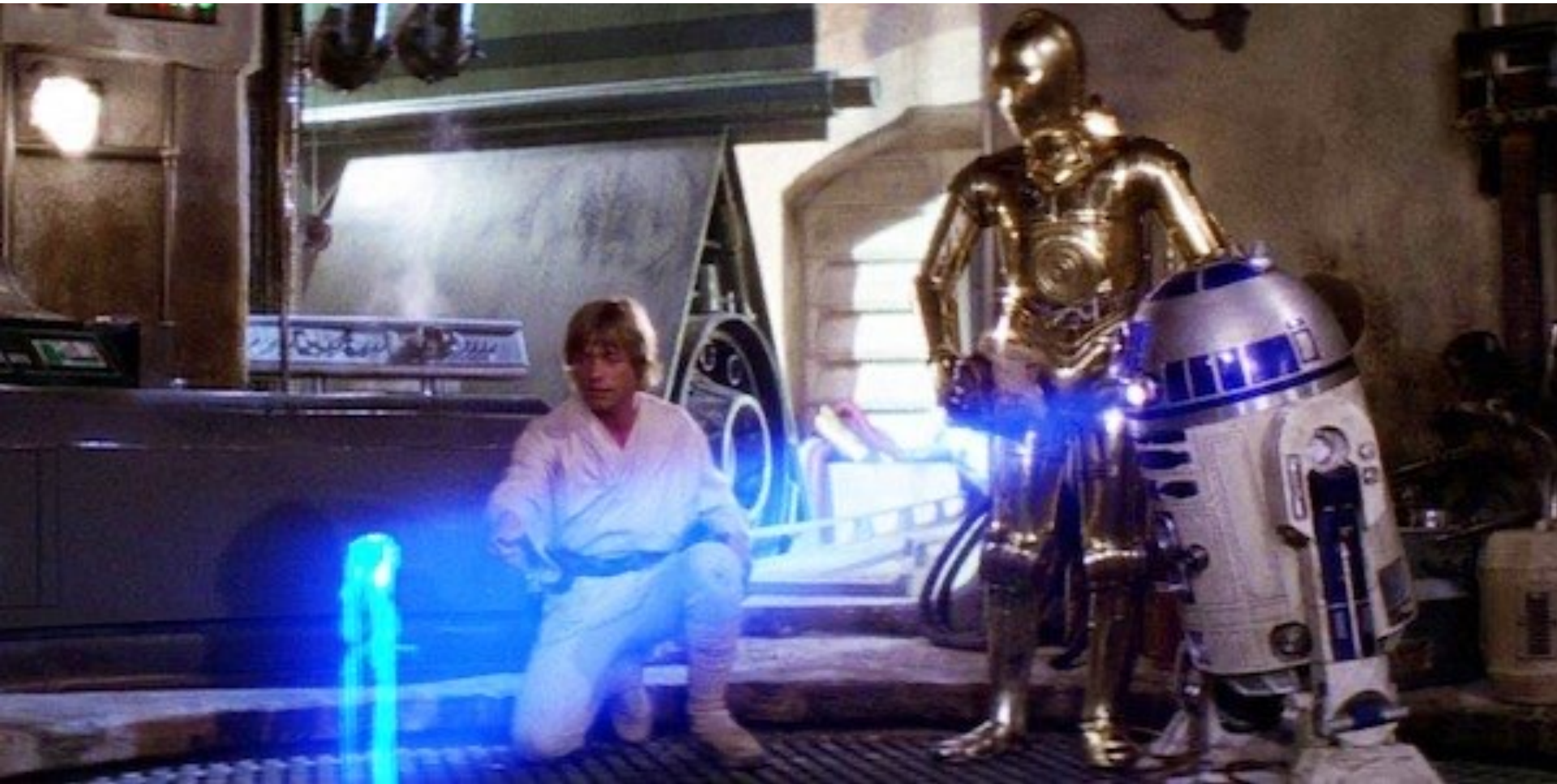
X_A は、スープ上の領域

Aの情報は、ここに
エンコードされる

- このことは、20世紀の多くの物理学者の努力にもかかわらず、相対論と量子論の「統一」の試みが成功しなかった理由を、ある意味で説明します。
- 二つの理論は、棲んでいる世界の次元が違うのです。ブリキの缶の外側をいくらなぞっても、スープのことはわからないし、逆に、いくらスープを舐めても、缶のことはわからないのと同じです。

- それにもかかわらず、重要なことは、二つの理論には「対応」が存在するということです。マルデセーナの発見したのは、「スープと缶は、無関係ではなく関係がある。」
「缶を調べれば、スープのことがわかり、スープを調べれば缶のことがわかる！」ということです。
- それは、文字通り、相対論と量子論の二つの理論の「接点」の発見でした。重力理論(スープ)に「境界」を接して量子論(缶)が、棲んでいたのですから。これは、「境界」の重要性の発見でもありました。

「AdS/CFT対応」も、二次元の画像で三次元の立体像を投影するホログラムにたとえて、「ホログラフィー原理」と呼ぶことがあります。トフット、サスキンドの「ホログラフィー原理」の一般化です。





Part IV

「時空」を生み出す 「原理」としてのエンタングルメント

3/27 マルレク「楽しい科学」

エンタングルメントのエントロピー



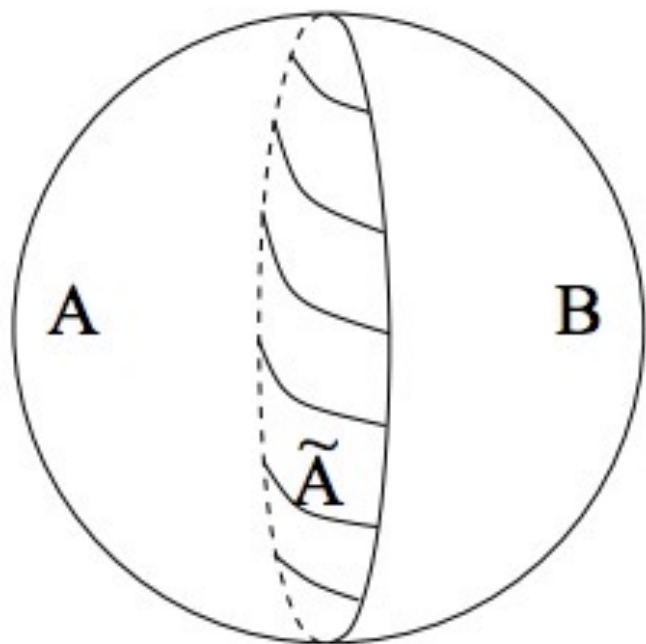
2006年 笠と高柳 エンタングルメントのエントロピー “Holographic derivation of entanglement entropy from AdS/CFT”

- マルデセーナの量子論と相対論(重力理論)の「対応」の発見をきっかけに、エンタングルメントの理解は、飛躍的に深まります。突破口を開いたのは、二人の日本人、笠真生と高柳匡でした。
- 「「時空」が、二つの部分 AとBに別れているとする。AとBの「境界部分」は、「時空」の「境界」なので、マルデセーナの理論にしたがって量子論で記述できるはず。」
「やってみたら、この「境界」は、なんと、量子論の「エンタングルメント」のエントロピーに対応するんだ！」
- 笠-高柳によるエンタングルメントがエントロピーを持つことの発見(2006年)は、先に見たベッケンシュタインのブラックホールがエントロピーを持つことの発見に匹敵する重要な発見でした。

2010年 Raamsdonk “Building up spacetime with quantum entanglement”

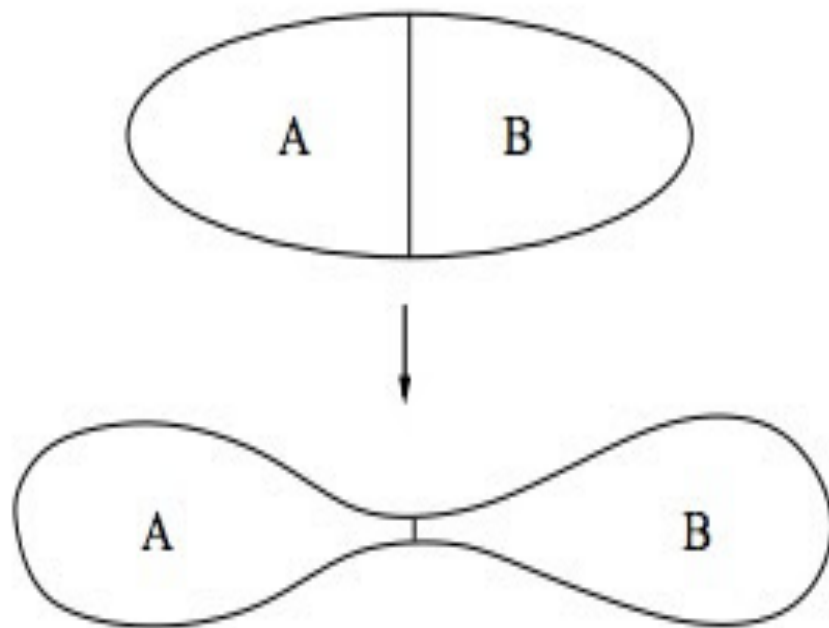
- 笠-高柳の発見に刺激されて、ラムズダンクが続きます。彼は、こう考えます。(2010年)
- 「二つの時空 A, B があったとする。二つの時空を、引き離してみる。そうすると、「境界面」の面積は減少する。これは、二つの時空が離れれば離れるほど、エンタングルメントのエントロピーが減ることを意味している。このエントロピーがゼロになった時、二つの時空は、引きちぎられる。」
- 「そうだ！ 逆に考えればいいんだ。時空を結びつけているのは、エンタングルメントなんだ。エンタングルメントのエントロピーが、時空を縫い合わせているんだ！」
- ここでは、二つの量子の奇妙なもつれあいとして発見されたエンタングルメントが、時空を結び合わせる「原理」として、見直されています。

笠-高柳



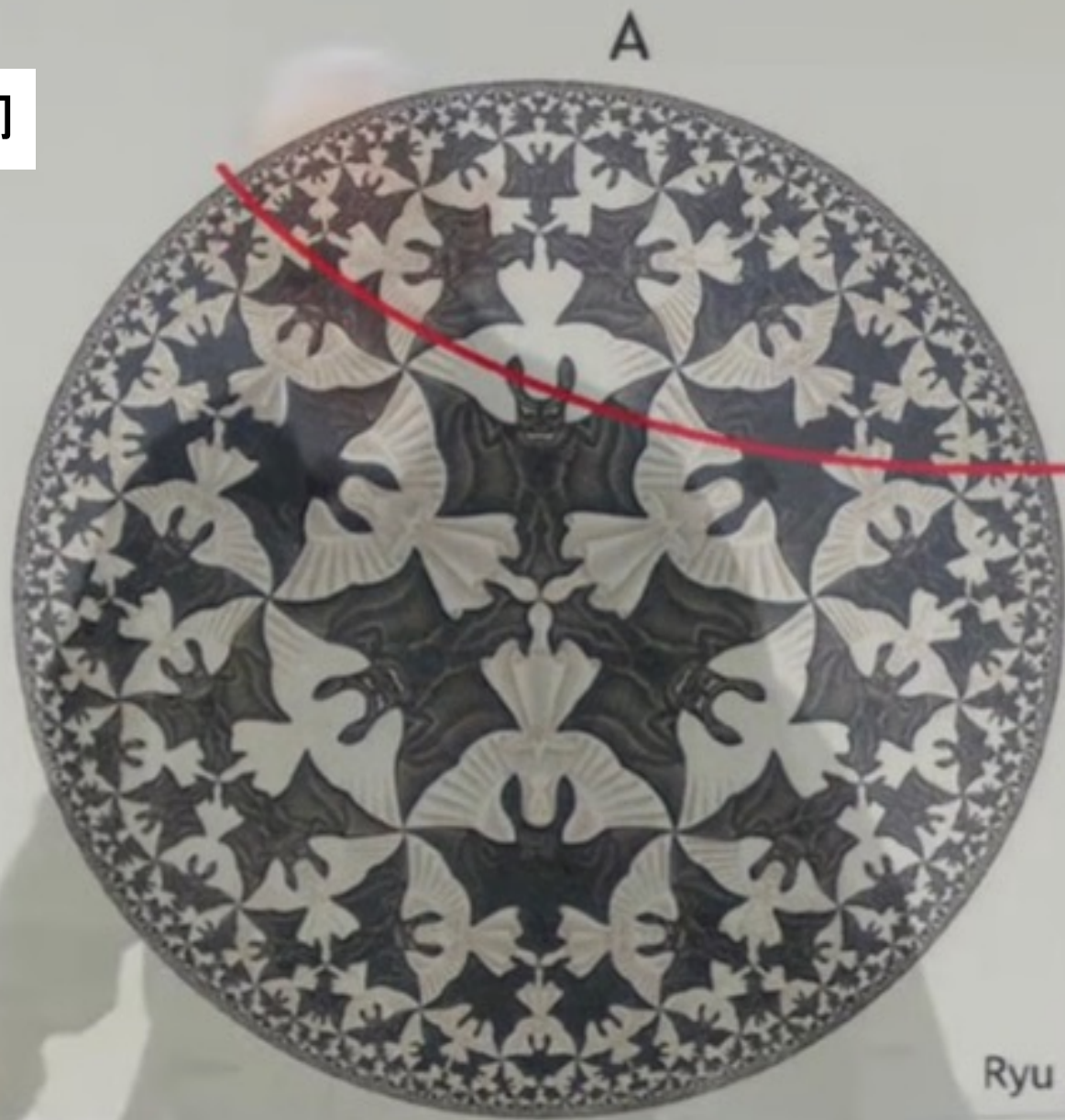
時空 A, Bの境界の量子論を考えるとエンタングルメントのエントロピーが出てくる

ラムズダンク



時空 A, Bを引き離すと、境界の面積、すなわち、エンタングルメントのエントロピーは減少する。

笠-高柳



Ryu Takayanagi

B

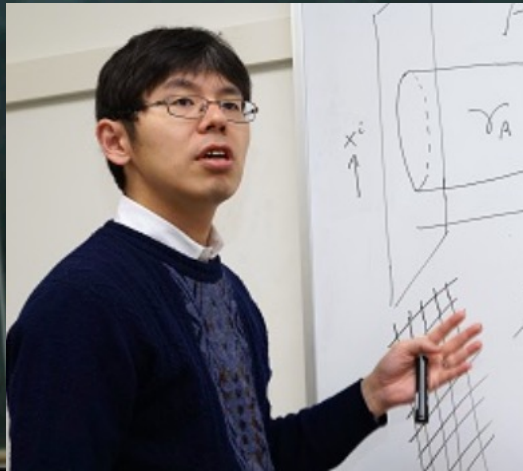
ラムズダンク



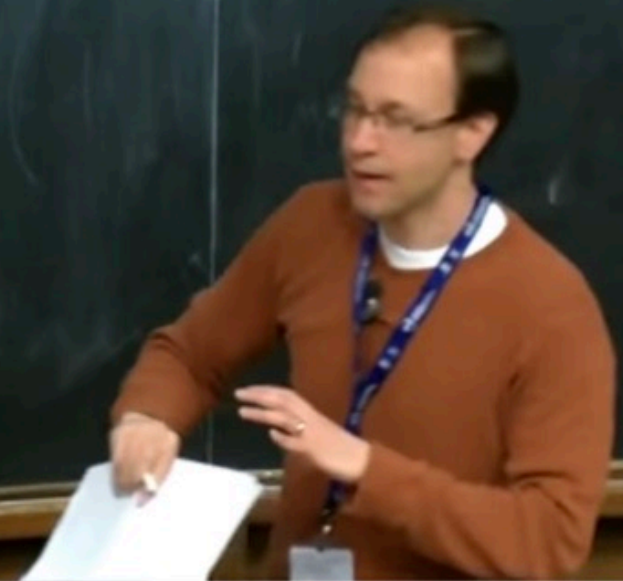
Van Raamsdonk

Ryu-Takayanagi: entropy of subsystem also has geometrical interpretation for arbitrary state

Ryu-Takayanagi: entropy of subsystems also has geometrical interpretation, for arbitrary states.



Tadashi Takayanagi



Van Raamsdonk

Ryu + Takayanagi: this result can be represented geometrically.



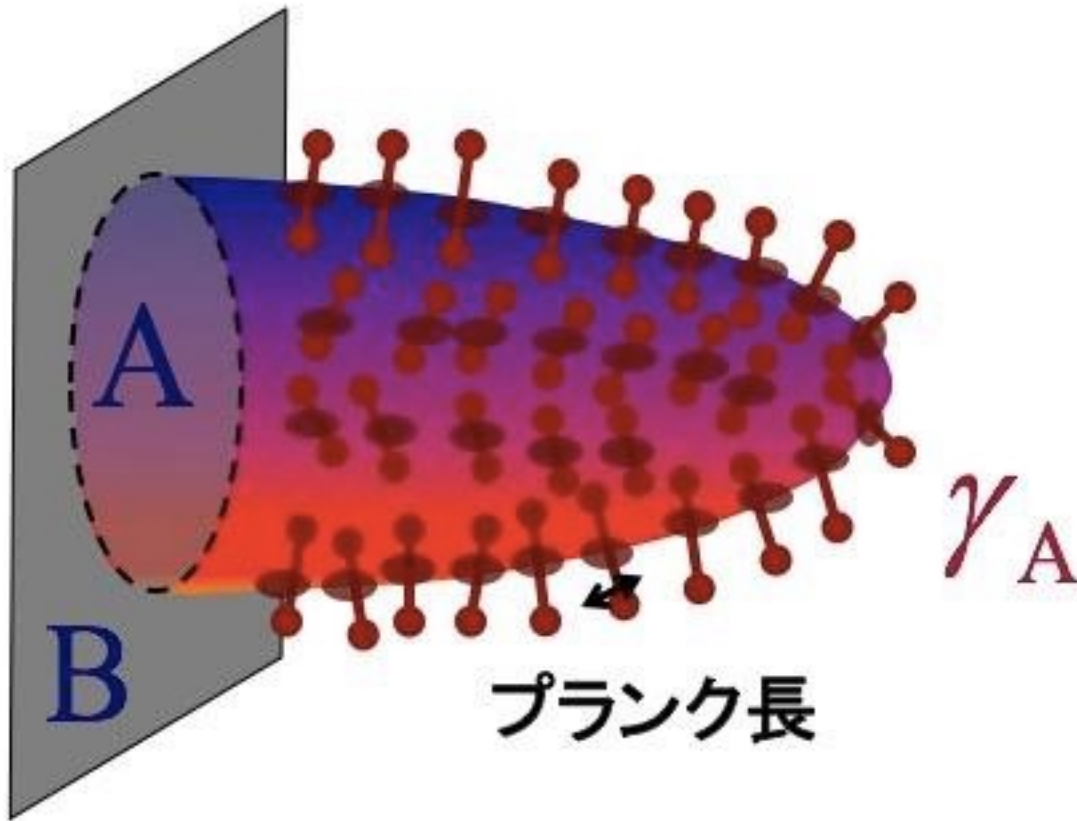
AdS時空(二次元)

区間Lと同じ境界を持つ最小の長さの曲線

境界

$$\text{length} = \frac{c}{3} \ln\left(\frac{L}{\epsilon}\right)$$

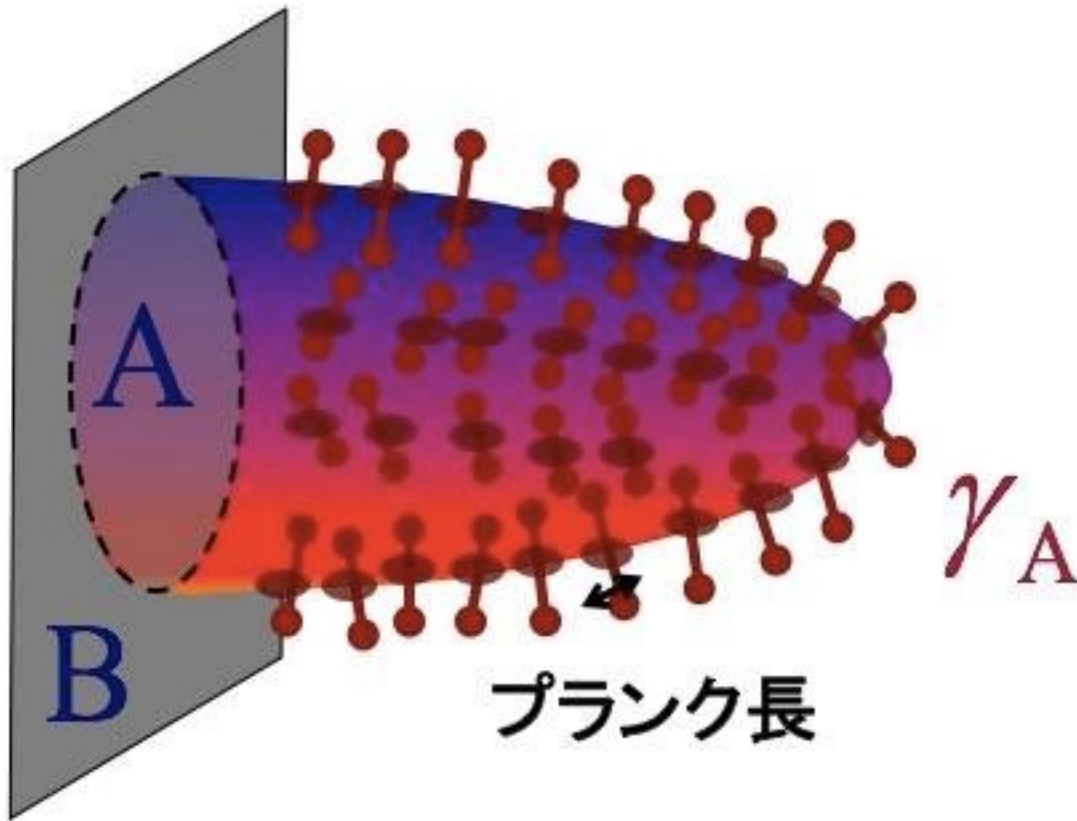
γ_A AdS時空での面積を最小にする曲面(極小曲面)



$$S_A = \frac{\text{Area}(\gamma_A)}{4G_N}$$
$$\approx \frac{\text{Area}(\gamma_A)}{l_{pl}^2}.$$

ブラックホールの表面積のかわりに、Aを境界とする極小曲面の表面積を考えれば、それがAdS時空でのエントロピーを与える

重力理論の計量と、場の量子論のエントラングメントが対応する

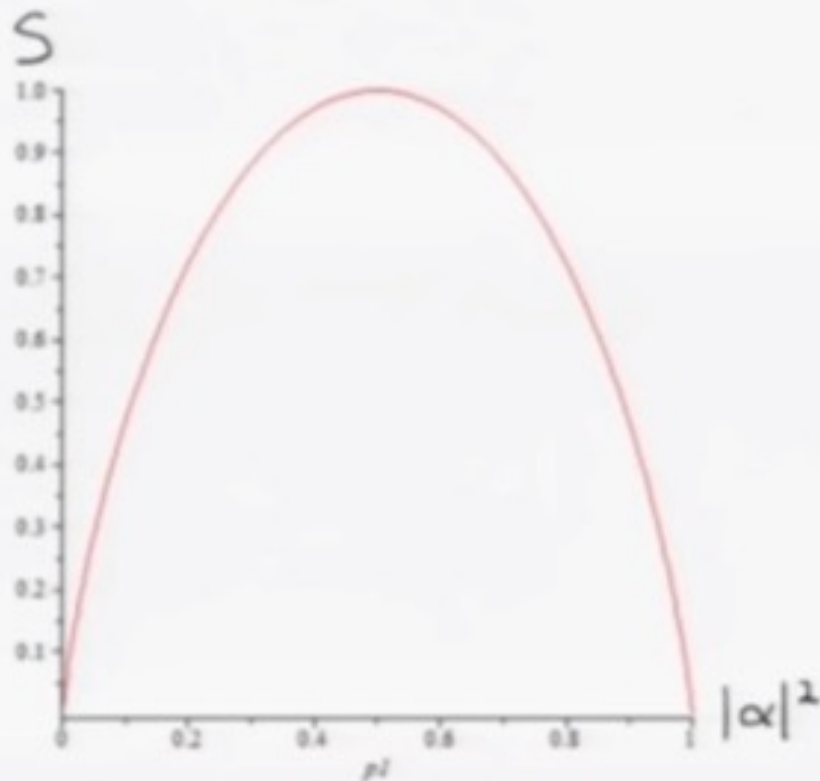


$$S_A = \frac{\text{Area}(\gamma_A)}{4G_N} \approx \frac{\text{Area}(\gamma_A)}{l_{pl}^2}.$$

場の理論Aでのエントロピーが与えられると、対応する重力理論での様々な曲面の面積が求められるので、最終的に時空の計量を決定できる。

Example: 2 spins

$$\alpha |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle$$



$$p_1 = |\alpha|^2$$
$$p_2 = |\beta|^2 = 1 - p_1$$
$$S = -p_1 \log_2 p_1 - (1 - p_1) \log_2 (1 - p_1)$$

エンタングルしている $|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$ のエントロピー S

$$P_1 = |\alpha|^2, P_2 = |\beta|^2 = 1 - P_1$$

$$S = -P_1 \log_2 P_1 - (1 - P_1) \log_2 (1 - P_1)$$

S が最大になるのは、 $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき。 \Rightarrow EPRペア

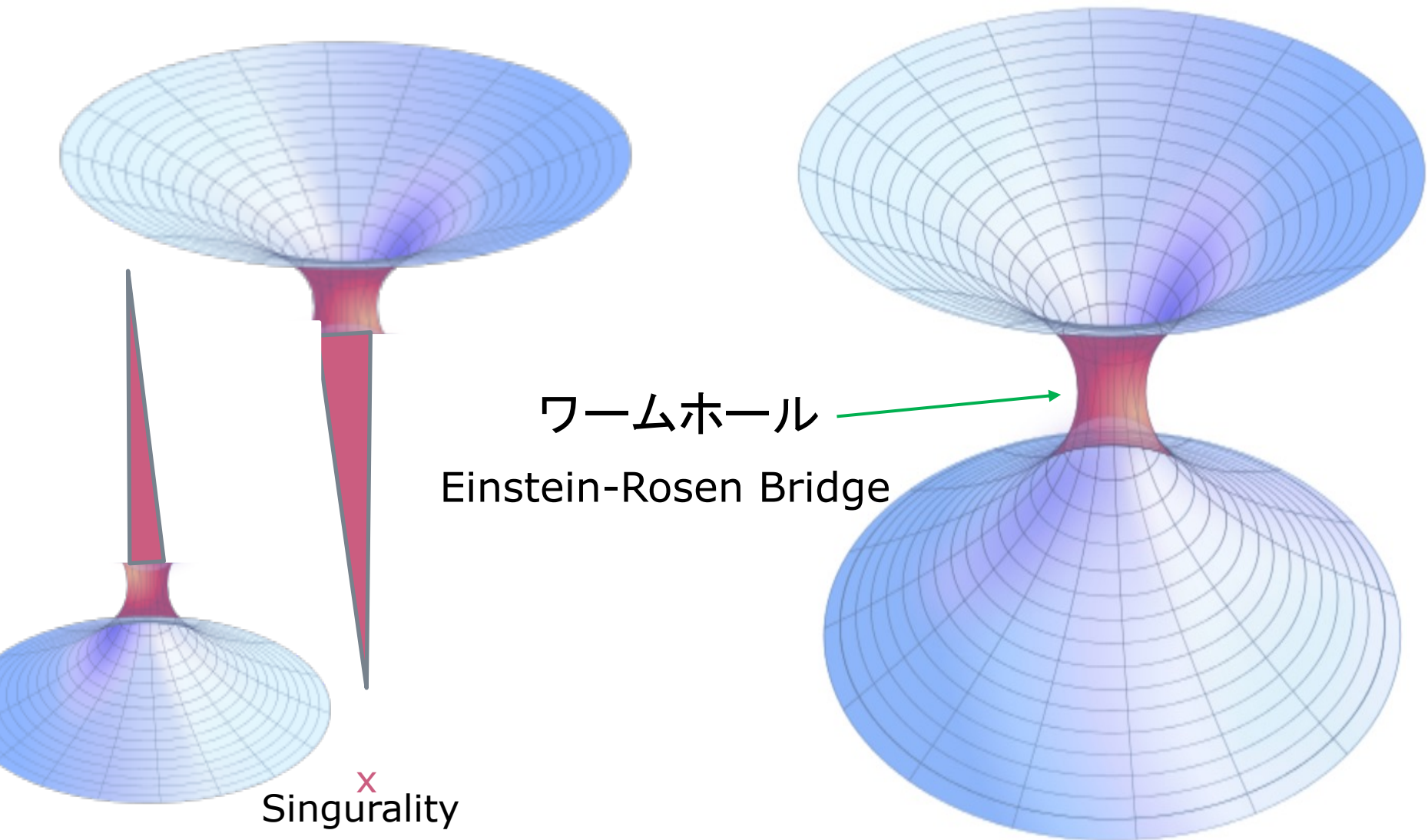
ER=EPR 仮説



アインシュタインの1935年のもう一つの論文 “Einstein-Rosen Bridge”の存在

- アインシュタインは、量子論の中に二つの量子の奇妙なもつれあった関係が存在することを発見して、それを「パラドックス」として提示しました。三人の著者 Einstein, Podolsky, Rosen の頭文字をとって、「EPR論文」と呼ばれます。1935年の5月のことです。
- ニヶ月後の7月に、アインシュタインはローゼンとともに、“The Particle Problem in the General Theory of Relativity”「相対性の一般理論における粒子の問題」という論文を公開します。この論文を「ER論文」と呼びます。
- このER論文は、二つのブラックホールを結ぶ「橋」が存在していることを指摘した論文です。この「橋」は、“Einstein-Rosen Bridge” と呼ばれ、別名「ワームホール」とも呼ばれます。

二つのブラックホールを結ぶ「ワームホール」



1935年のアインシュタインの 二つの論文は関連があるのか？

- アインシュタインは、1935年に、「エンタングルメント」(ただし、パラドックスとして)と「ワームホール」を発見しているのです。同時期にアインシュタインによってなされた、この二つの発見に何か関連があるのでしょうか？
- 本来は、80年前になされるべきこうした問いかけを、現代に蘇らせたのは、あのマルデセーナとブラックホール／量子重力の専門家のサスキンドでした。

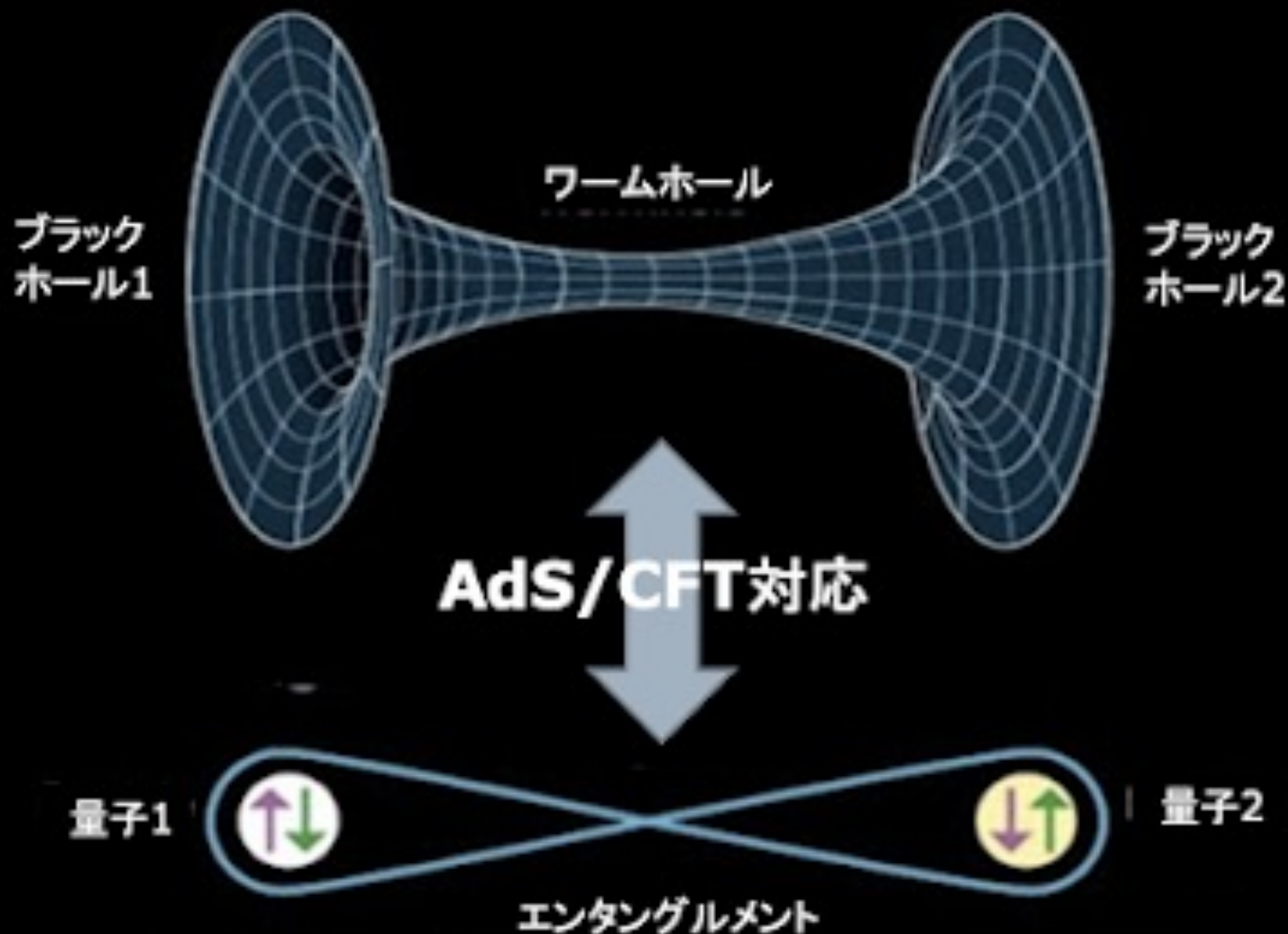
ER=EPR仮説

- 2013年の論文で、二人は、1935年にアインシュタインが発見した「エンタングルメント」と二つのブラックホールを結ぶ「ワームホール」は、スケールが全く違うのですが、同じものだという大胆な仮説を提示します。
- 「二つのブラックホールの中のワームホールは、二つのブラックホールのエンタングルメントによって生成される。」

ER=EPR仮説

- 時空の性質を記述する相対論(重力理論)と量子の世界を記述する場の量子論に「対応」が存在することをマルデセーナが発見したことは、既に述べました。ただ、その対応が、具体的にどんなものかについては、述べてきませんでした。
- マルデセーナとサスキンドの主張は、AdS/CFT対応のもとで、相対論に現れる二つのブラックホールを結びつけるワームホールと、量子論に現れる二つの量子のエンタングルメントは、「対応」と言うことです。こうした主張を、「ER = EPR仮説」と呼びます。

ER=EPR 仮説



- あまりにスケールが違うので、「対応する」「原理的には同じもの」と言われても、ちょっと頭がクラクラします。ただ、エンタングルメントは何千万年光年離れていても、その性質は維持されますし、また、量子サイズのブラックホールを考えることは可能です。
- そもそも、「量子重力」というのは、量子レベルでの重力作用のことです。量子重力の研究を、「ER=EPR仮説」を指針として進めようと言う方向を、多くの研究者は支持していると思います。

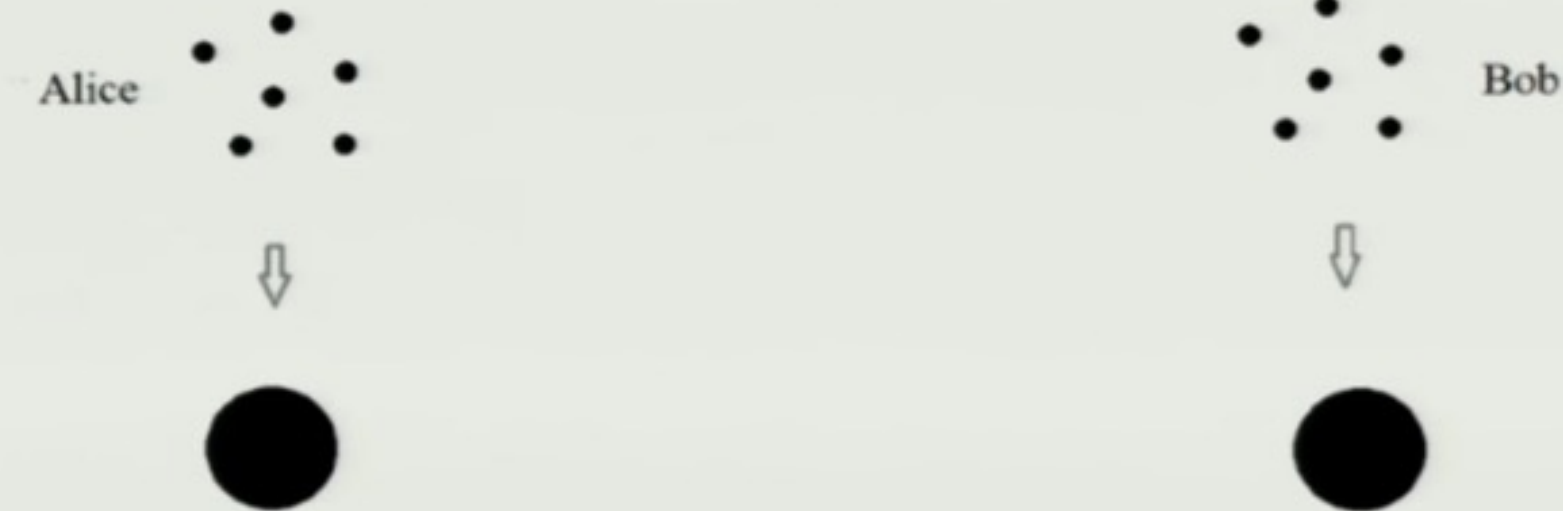


恋人のAliceとBobが、突然数十億光年もの距離に遠ざけられたとしよう。彼らには、数十億年の時間はない。再び会うためには、どんなことが出来るだろう？

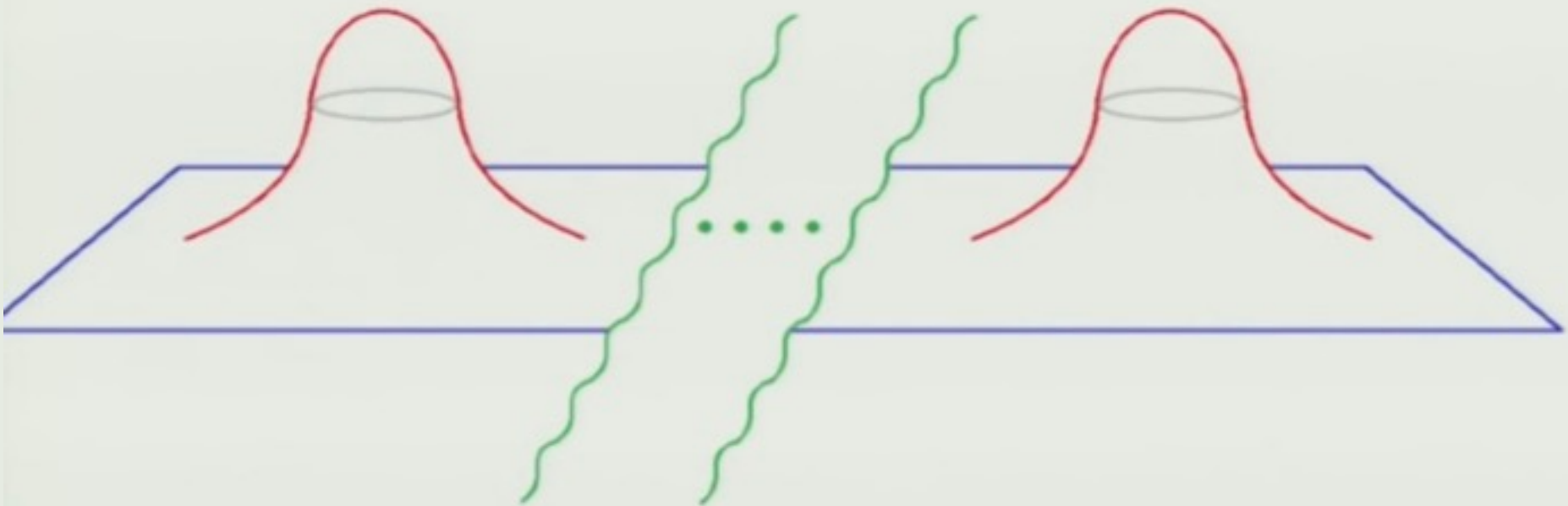
二人がブラックホールを作れるとしたらどうだろう？

二つのバージョンがある。

Version 1



AliceとBobは、独立にブラックホールを作る。

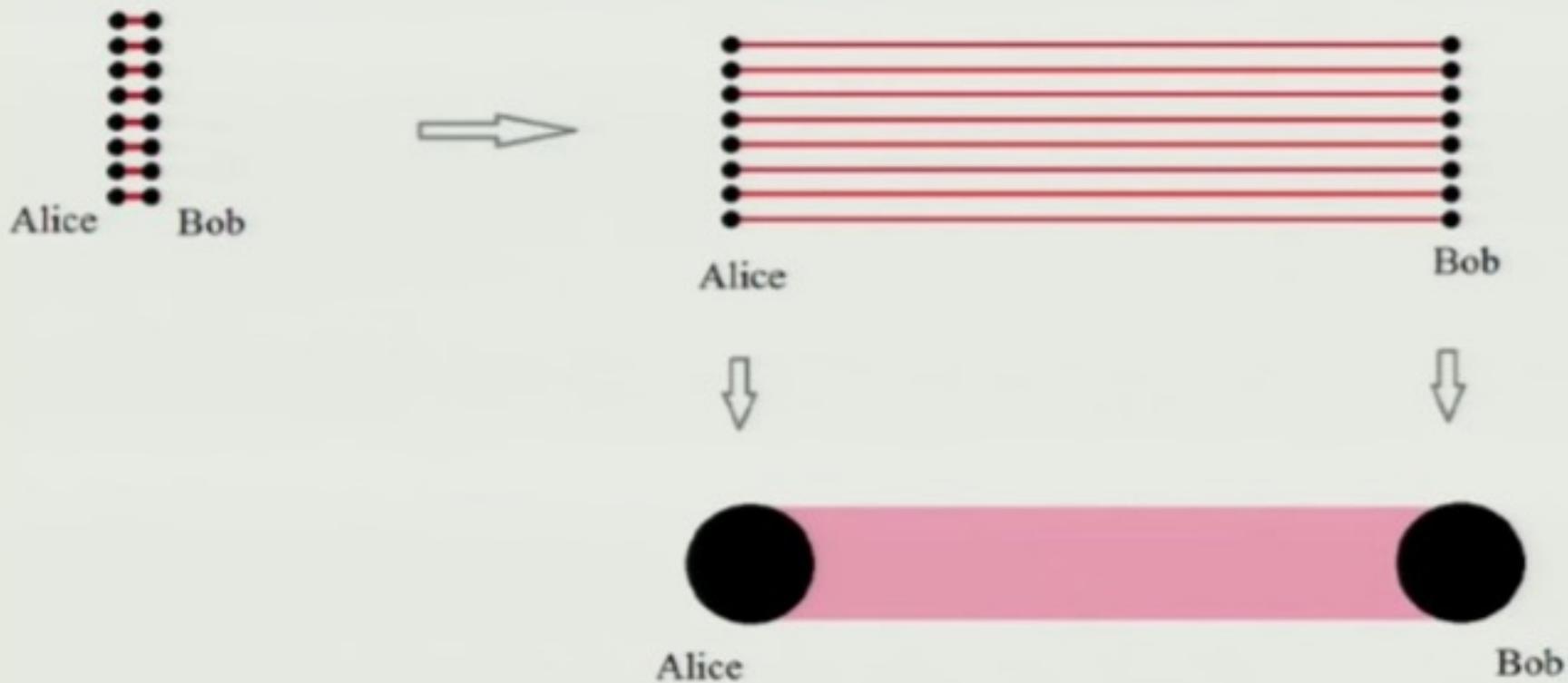


AliceとBobは、独立にブラックホールを作る。

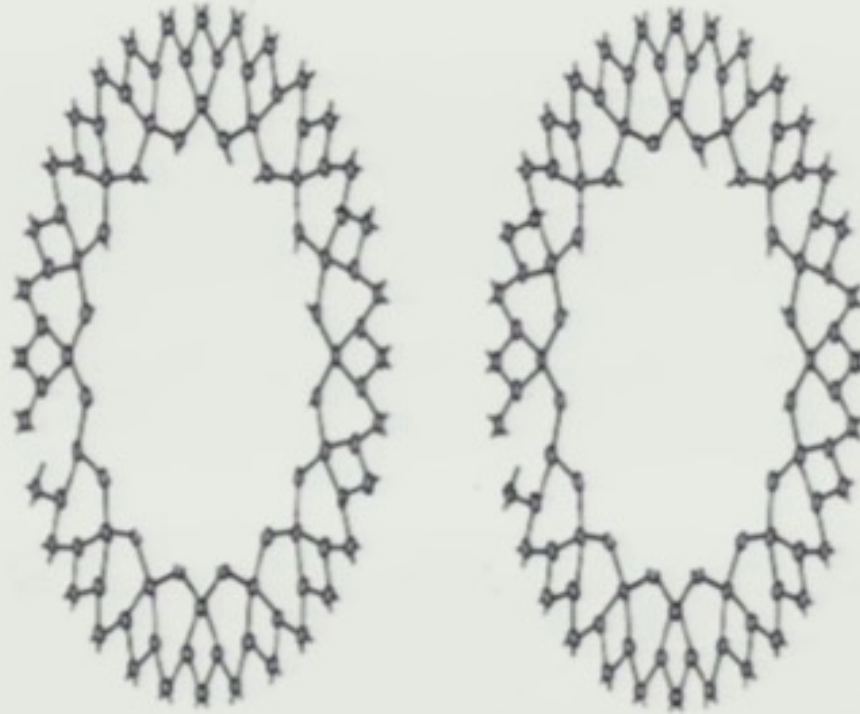
二人を隔てる距離は、埋まらない。

V2

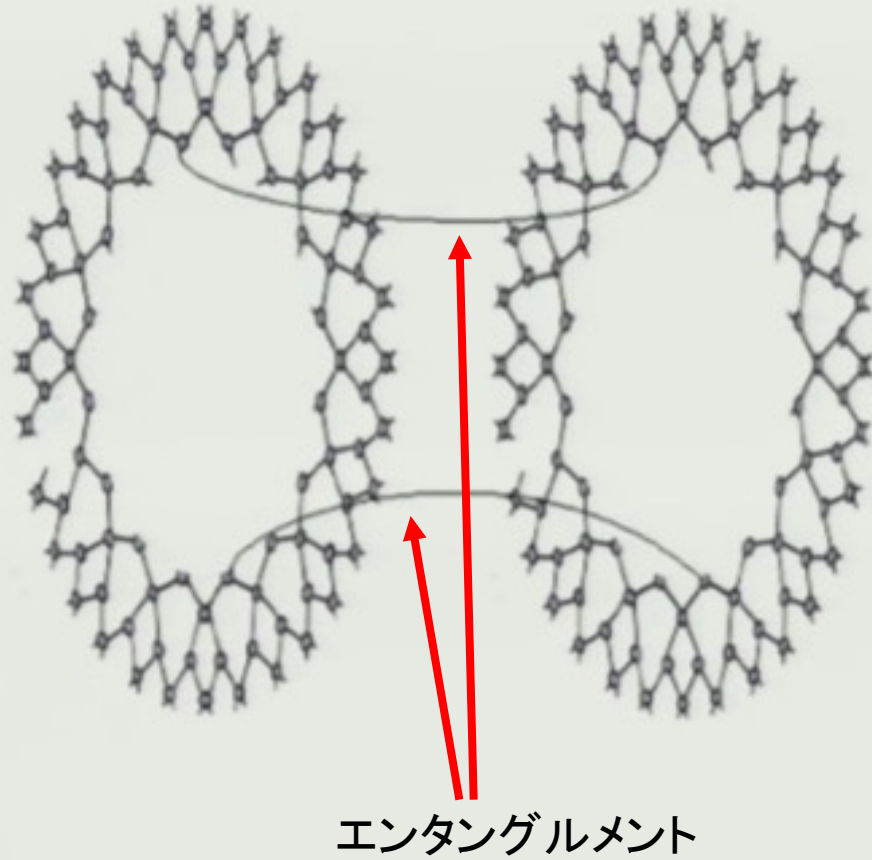
AliceとBobは、エンタングルした物質から
ブラックホールを作る。

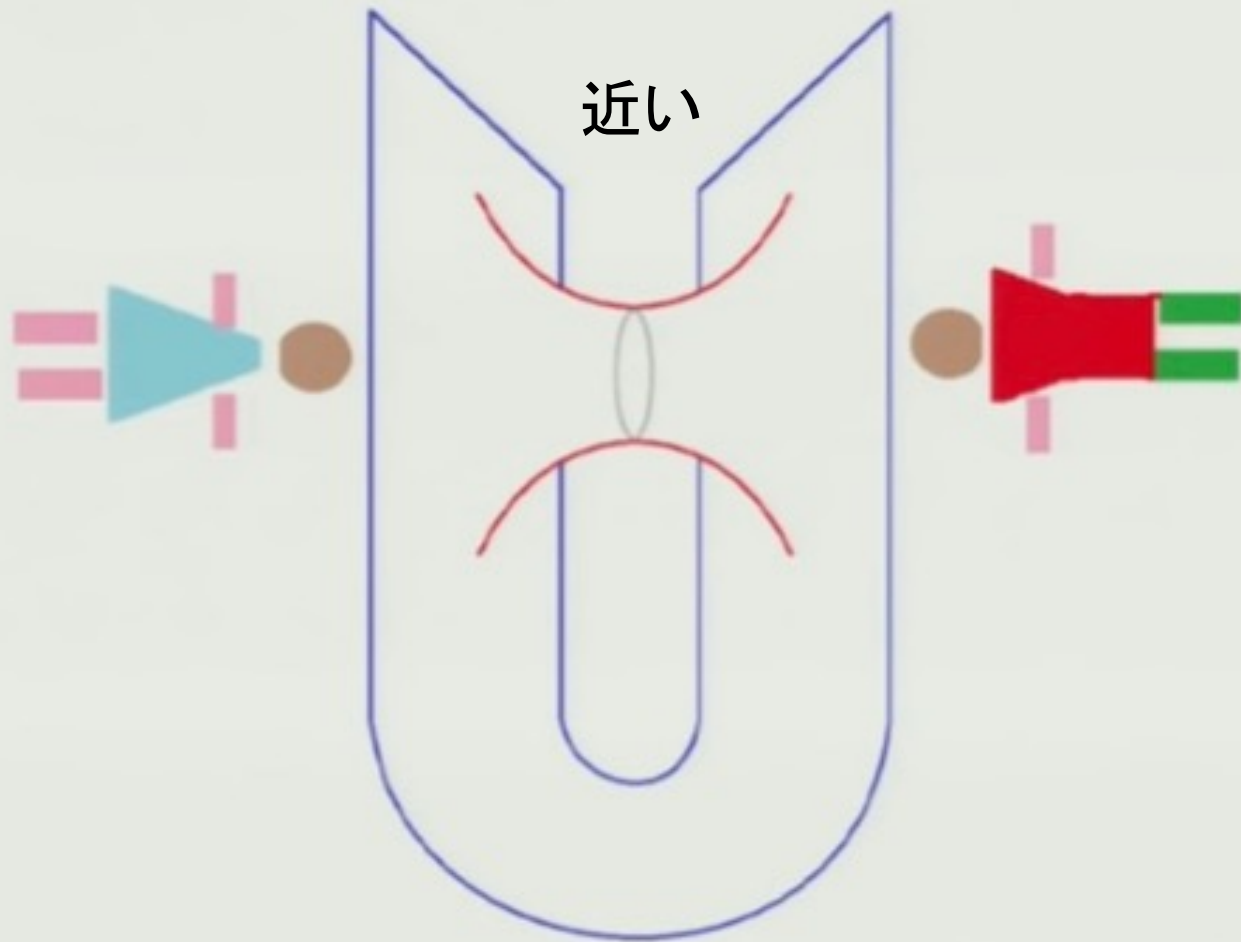


二つのブラックホールの時空の内部の状態は、独立しているが、お互いは、お互いのコピーである。



二つのブラックホールの時空の内部の状態は、
互いにエンタングルしている。

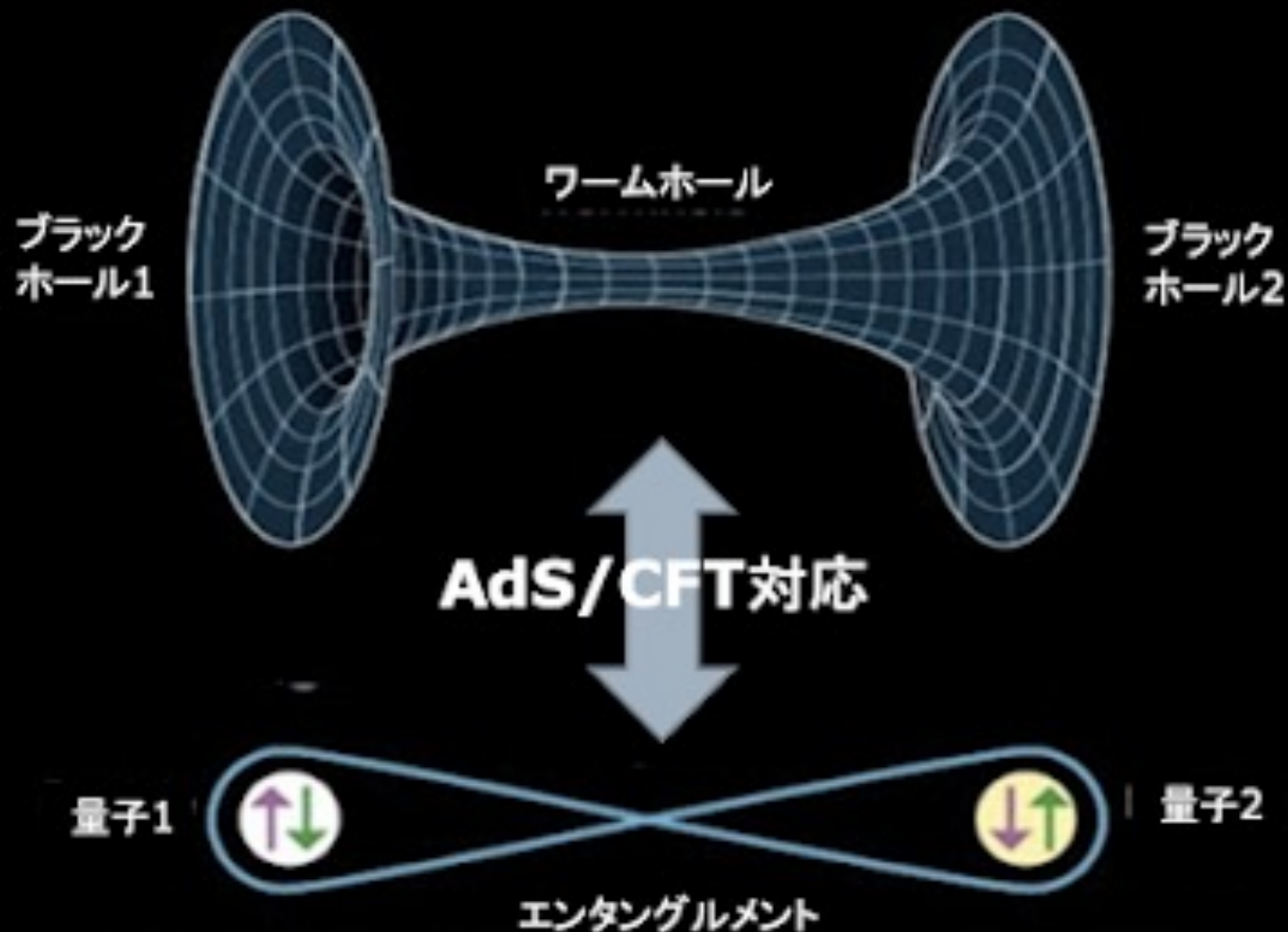




近い

遠い

ER=EPR 仮説



Quantum mechanics allows nonlocal connectivity:
EPR entanglement



Gravity allows another kind of nonlocal connectivity—Einstein-Rosen Bridges.



アインシュタインの洞察の深さの再評価

- こうした経過は、1935年の二つの論文に見られるアインシュタインの洞察の深さの再評価という意味を持っています。「ER=EPR仮説」の中心人物のサスキンドは、アインシュタインへの敬意をこめて、また当時の量子論サイドの対応を批判をしつつ次のように書いています。
- 「当時の量子論に対する最後の批判で、アインシュタインは、とても深く、とても直感に反していてとても人を困惑させるが、それでも人をとても興奮させる、何かを指摘していたのだ。だから、その何かは、21世紀の始まりと共に、多くの理論物理学者を魅了するものとして帰ってきているのだ。エンタングルメントの発見という、アインシュタインの最後の偉大な発見に対して、ボアアが行った唯一の回答は、それを無視することだった。」

エンタングルする自然

- かつて「パラドックス」として提示されたエンタングルメントは、いまや、「時空」を生み出す「原理」として物理の世界にしっかりと位置付けられようとしています。「エンタングルする自然」という自然観は、21世紀の自然観の大きな特徴です。
- 科学のドラマは、へたな「三文小説」より、ずっと面白いですね。
- 量子重力理論では、エンタングルメントとそのエントロピーが中心的な役割を果たします。そのことはまた、エンタングルメントのエントロピーを扱う量子情報理論と、エンタングルメントの複雑さを表す量子複雑性理論が必要なことを意味します。それについては、別のシリーズで述べたいと思います。



次回セミナー予告

エンタングルする認識

-- MIP* = REへ --

4月 マルゼミ「楽しい哲学」

Agenda

エンタングルする認識 — $MIP^* = RE$ へ

Part I

エンタングルメントの实在の認識 -- CHSHゲーム

Part II

「全能者」との対話で得られる認識 -- Interactive Proof

Part III

量子コンピュータの能力の認識 -- BQPクラス

Part IV

「エンタングルする知性」の認識 -- $MIP^* = RE$

