



宇宙と生命と知能とエントロピー
ペンローズの宇宙論

21/07/17 マルレク 楽しい科学

はじめに

小論は、2020年のノーベル物理学賞を受賞したロジャー・ペンローズの宇宙論の分かりやすい紹介を目指したものです。

基本的には、彼の2010年の著作“Cycles of Time”に依拠しています。

ノーベル賞受賞の記念講演で、彼は、主にこの宇宙論について語っています。



ROGER
PENROSE

AUTHOR OF
THE ROAD TO REALITY

AN EXTRAORDINARY NEW VIEW
OF THE UNIVERSE

CYCLES
OF TIME

<https://www.amazon.com/Cycles-Time-Extraordinary-View-Universe/>

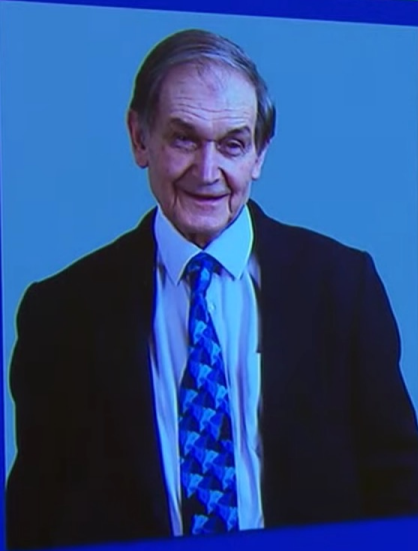
ノーベル賞受賞講演



THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS 2020



Photo: Alan Goresly, University of Oxford



Roger Penrose

- born 1931 in Colchester, UK
- Ph.D. 1957 from University of Cambridge, UK
- Professor at University of Oxford, UK

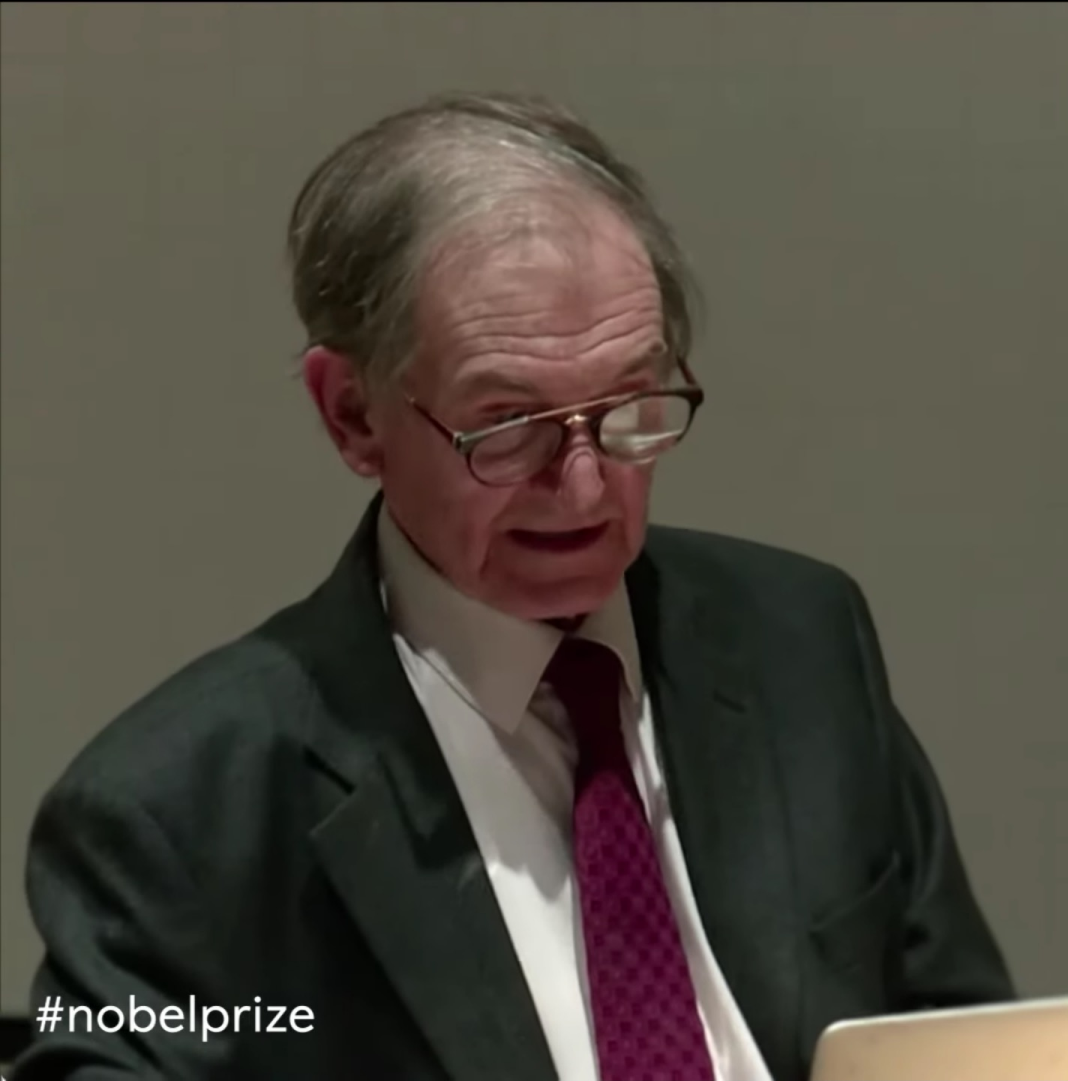


#nobelprize

<https://youtu.be/DpPFn0qzYT0>

THE
NOBEL
PRIZE

ノーベル賞受賞講演



ノーベル賞受賞講演



#nobelprize

THE
NOBEL
PRIZE

はじめに

同時に、小論は、3月に開催したマルレク 楽しい科学「エンタングルする自然」の兄弟編でもあります。



はじめに

3月のセミナーは、「量子論」と「相対論」の対立と統一の歴史にフォーカスしたものです。今回のセミナーのテーマは「宇宙論」です。

両者の「理論」と「自然観」は、必ずしも一致しているわけではありません。それはそれで、興味深いことだと、僕は考えています。

宇宙と生命と知能とエントロピー ペンローズの宇宙論

Agenda

はじめに

第一部 宇宙の遠い未来

第二部 宇宙の始まりと終わり

第三部 宇宙を旅する光子の物語

第四部 永遠と一瞬、無限と有限

Agenda

第一部 宇宙の遠い未来

宇宙が膨張していることの意味
宇宙の退屈な終わりについて

第二部 宇宙の始まりと終わり

宇宙の始まりと宇宙の遠い未来を比較する
宇宙の始まりの「前」と宇宙の終わりの「後」

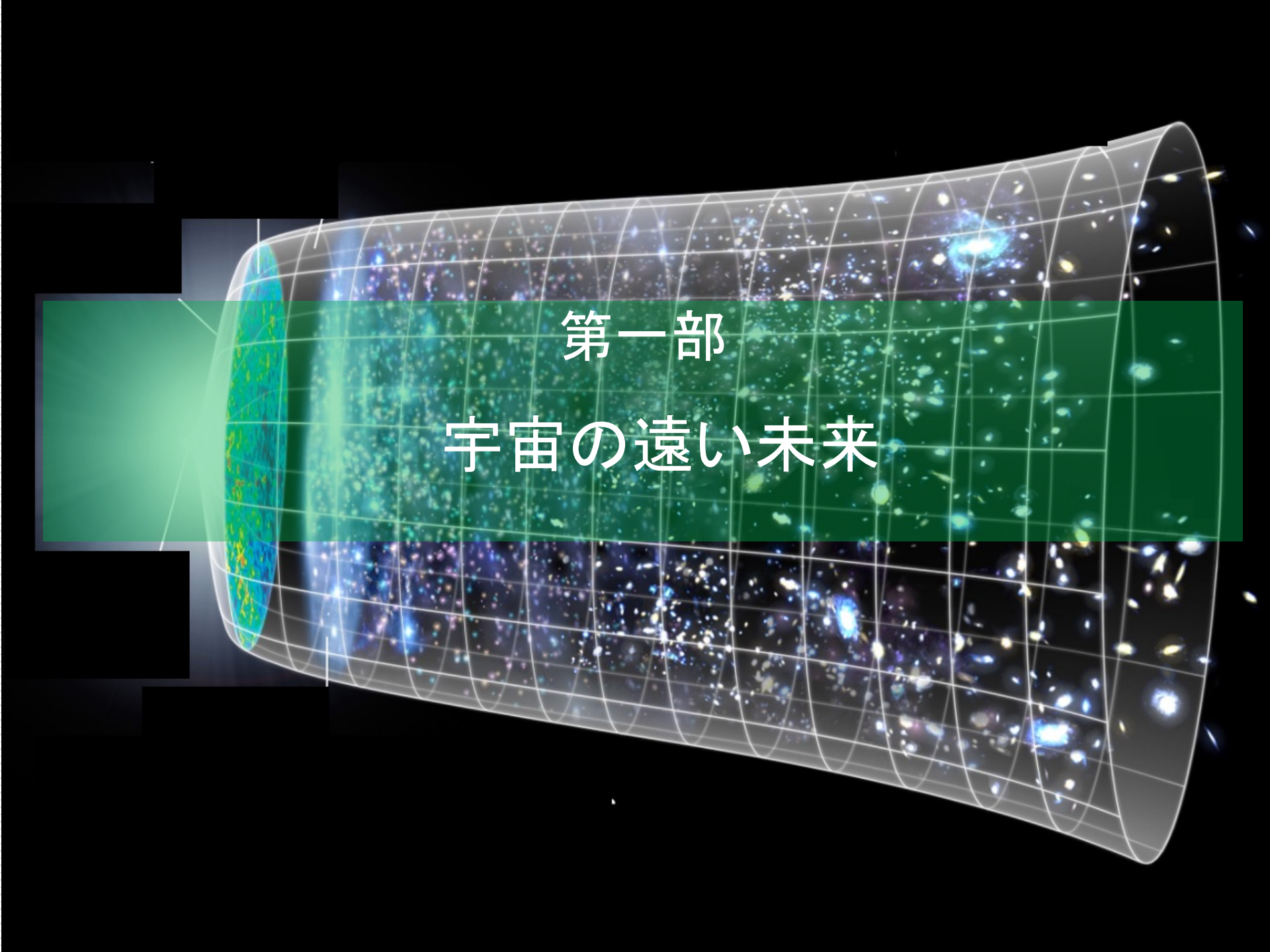
Agenda

第三部 宇宙を旅する光子の物語

地球に降りそそぐ光
光子が見る宇宙の姿

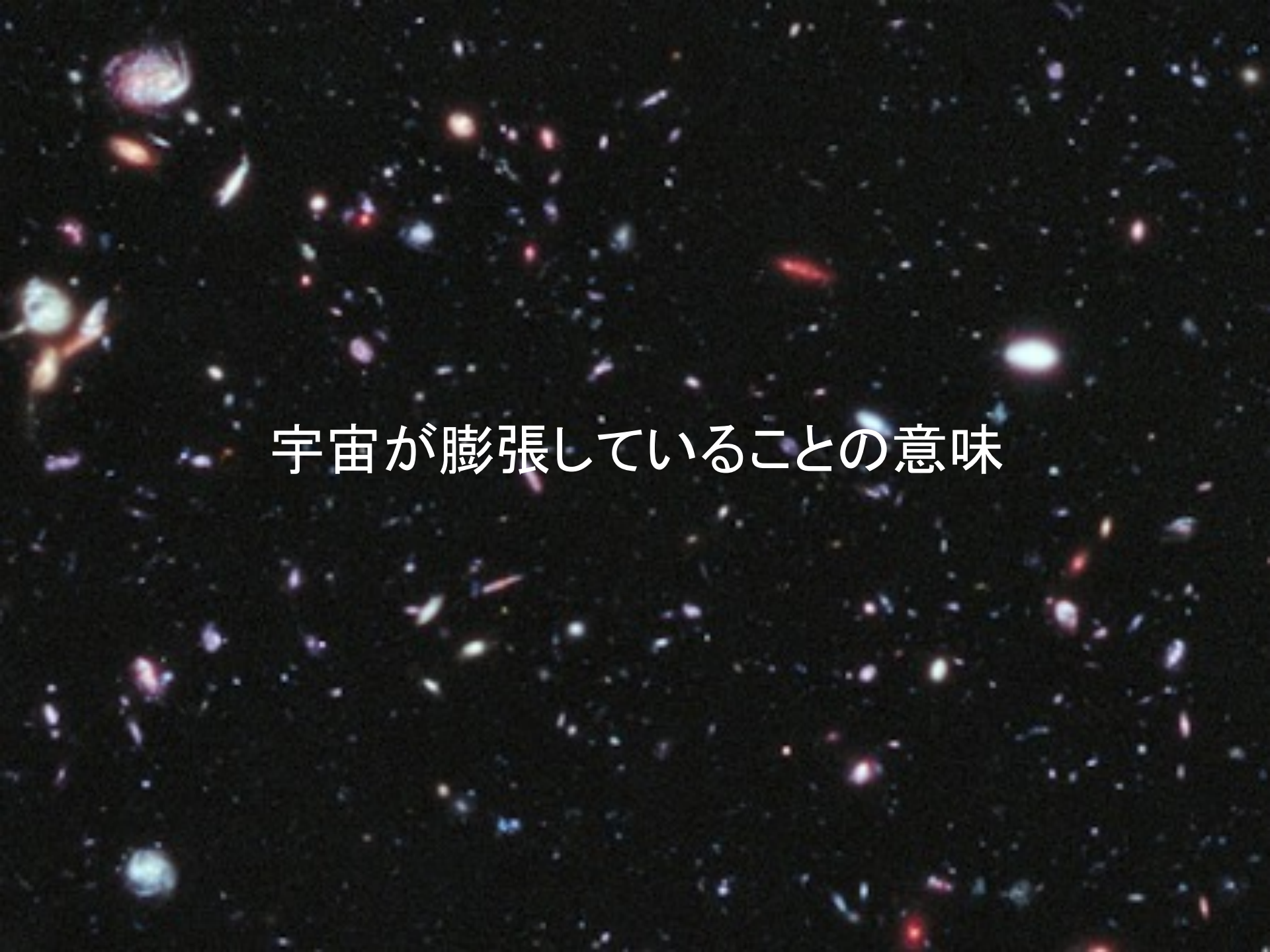
第四部 永遠と一瞬、無限と有限

ペンローズの宇宙論
イメージで見る「スケール変換」



第一部

宇宙の遠い未来

A deep field image of the universe, showing a vast field of galaxies. The galaxies are scattered across the frame, appearing in various colors including blue, red, orange, and purple. Some are bright and clear, while others are faint and distant. The background is a deep black, punctuated by the light of these celestial bodies.

宇宙が膨張していることの意味

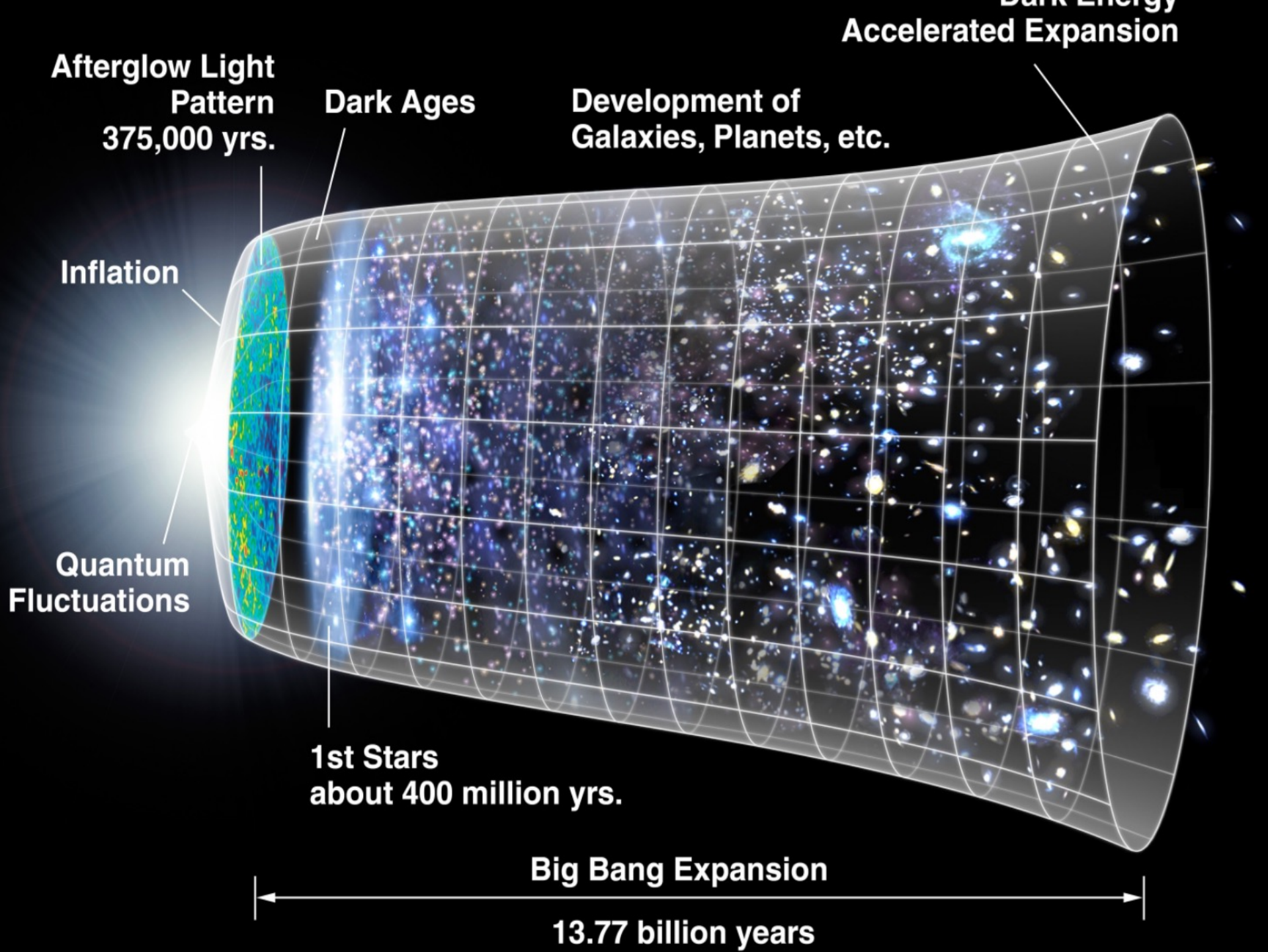
膨張する宇宙


膨張する宇宙

宇宙が膨張していることは、多くの人は知っていると思う。

ここでは、宇宙の膨張について、基本的なことを確認しておこう。

まずは、「ビッグバン」について





現在の宇宙の形は、
ビッグバンで作られた。



「アンドロメダ星雲」も、
我々が属する「天の川銀河」も

加速する宇宙の膨張

ただ、宇宙は膨張し、それは加速している。

宇宙は、アインシュタインが最初に考えたような静的なものではない。

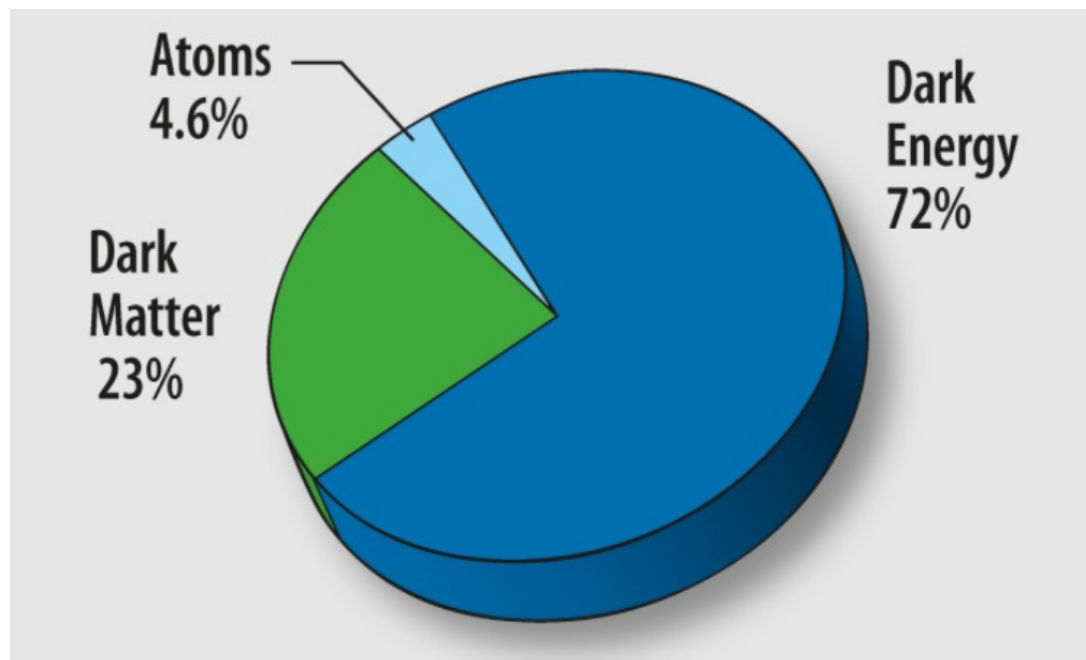
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

↑
宇宙項

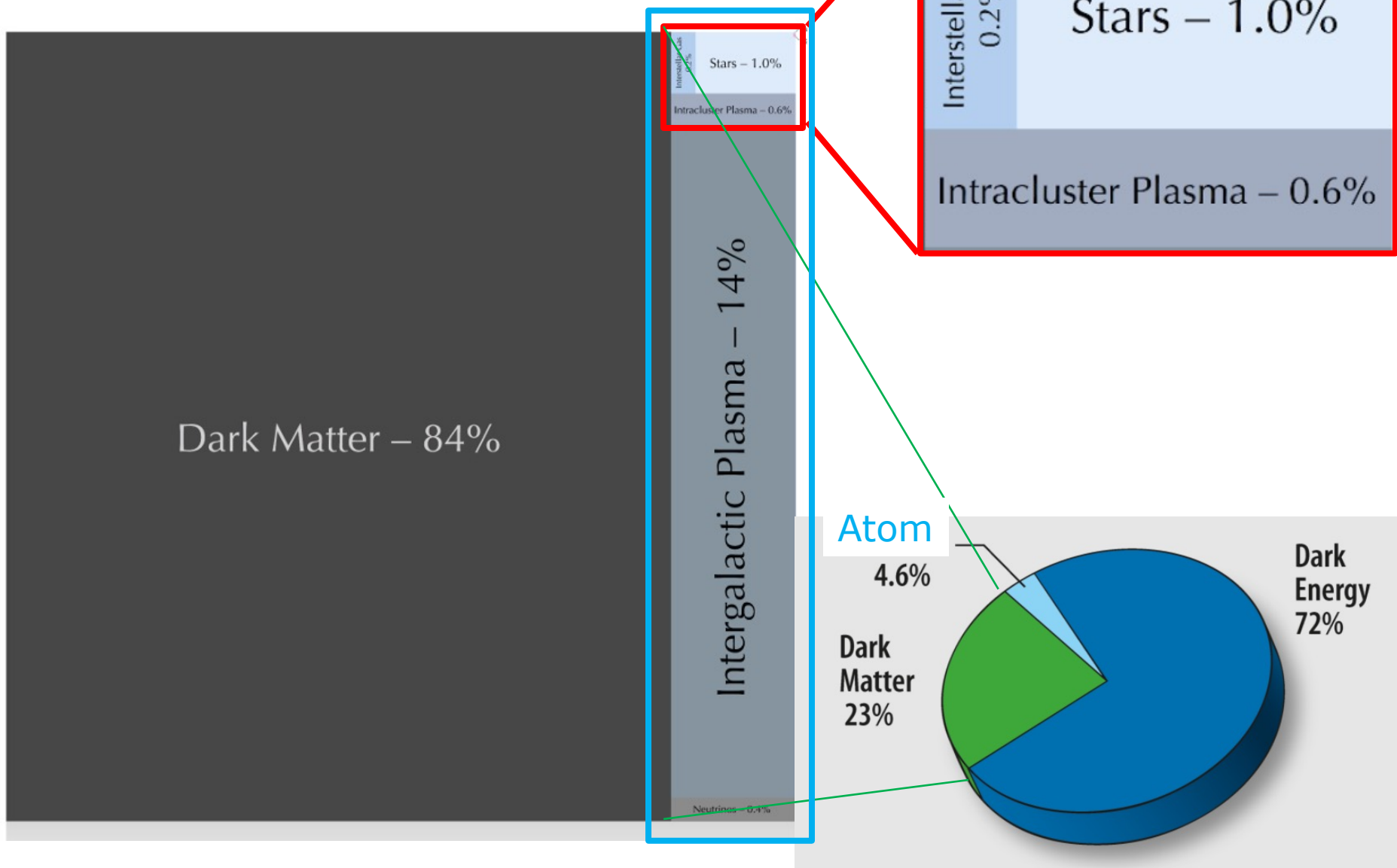
時空が持つ斥力 ($\Lambda > 0$) または引力 ($\Lambda < 0$) を表す

ダーク・エネルギーとダーク・マター

宇宙の「膨張」も、アインシュタインにとっては意外な発見だったが、その後も、宇宙の構成については、意外な発見が相次ぐ。ダーク・エネルギーとダーク・マターの発見である。



宇宙を構成する「物質」



Dark Matter – 84%

Stars – 1.0%
Intracluster Plasma – 0.6%

Interstellar Gas
0.2%

Stars – 1.0%

Intracluster Plasma – 0.6%

Intergalactic Plasma – 14%

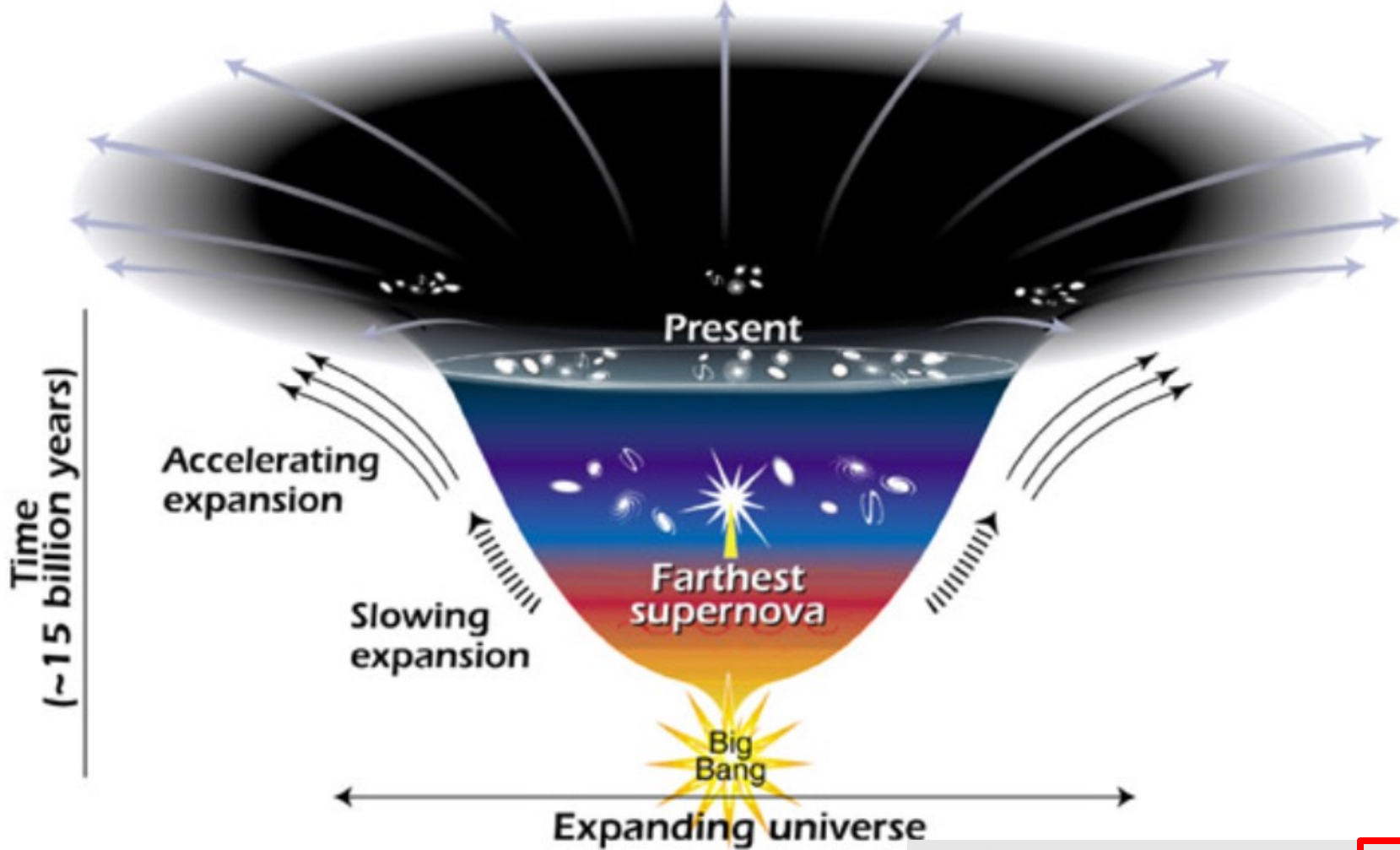
Atom
4.6%

Dark Matter
23%

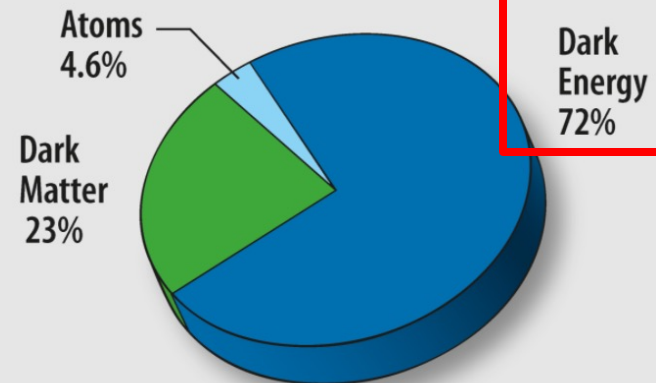
Dark Energy
72%

Dark Matter

Atom



宇宙の加速度的な膨張は、
dark energyによる。



宇宙が膨張していることの意味

宇宙が膨張していることの意味

宇宙が膨張していることは、多くの人には知っていると思う。ただ、それがどういう意味を持つのかについては、僕はあまり考えたことがなかった。

今年4月に、Toby Ordが "The Edges of Our Universe" (「我々の宇宙の端」とでも訳せばいいのかなの内容を、次に紹介する。)

<https://arxiv.org/pdf/2104.01191.pdf>

"The Edges of Our Universe"

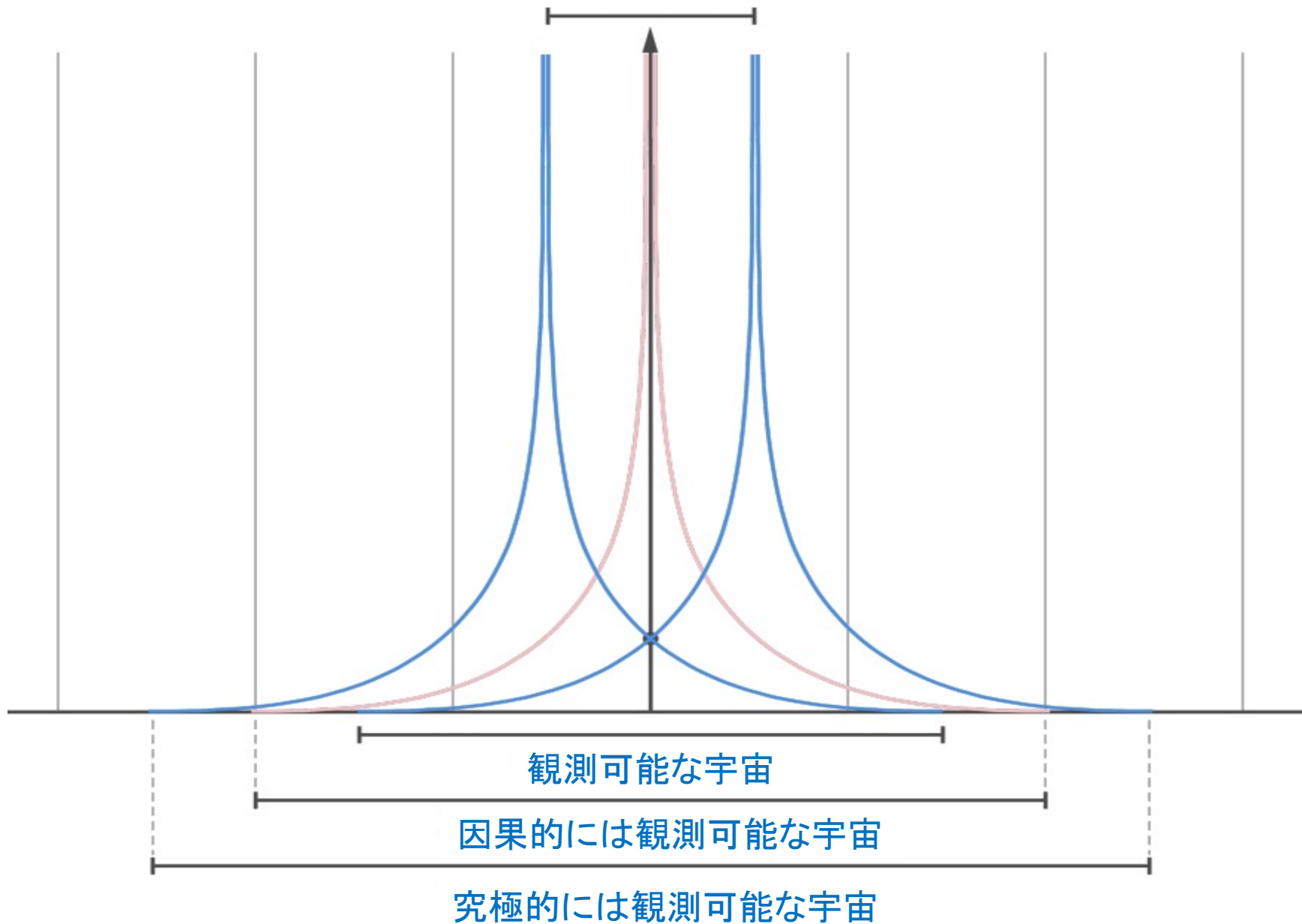
Abstract

「この論文は、我々が観測または影響を与えうる宇宙がどれくらいあるかについて、基本的な因果関係の限界を考察したものだ。

この論文では、次の四つの基本的な領域を区別している。すなわち、影響を与えうる宇宙、観測可能な宇宙、因果的には観測可能な宇宙、究極的には観測可能な宇宙の四つである。

ついで、この論文は、これらの（そしてその他の）因果的な限界が、宇宙間の文明が非常に長い未来にわたって達成可能なものに、どのような物理的制限を課すかについて示す。」

影響を与える宇宙



多くの銀河が我々の視界から消える！

宇宙が猛烈なスピードで膨張しているということは、我々が現在、光で観測している「宇宙の端っこ」が、どんどん我々から遠ざかり我々の視界から消えていくことを意味する。

Delay	Galaxies lost
1 million years	~ 0.02%
10 million years	~ 0.2%
100 million years	~ 2%
1 billion years	~ 20%
10 billion years	~ 80%
150 billion years	~ 99.9999997%

我々は、宇宙の膨張とともに、
宇宙の中で孤立してゆくのだ。

100万年後には、現在観測可能な銀河の 0.02% が視界から消える。

もっと先がある。1千万年後には、銀河の0.2%が消え、一億年後には、銀河の2%が消えると言う。

10億年後には20%、100億年後には80%、そして、1500億年後には、なんと、99.9999997% の銀河が、我々の視界から失われる！


その後の宇宙の運命について

その後の宇宙の運命については、ジョン・バエズの次の記事が面白い。(僕は、Toby Ordの論文を、バエズのブログで知った。)

"宇宙の終わり The End of the Universe"
<https://math.ucr.edu/home/baez/end.html>



この論文が論じている1500億年後を待たずとも、「わずか」38億年後に、我々の「天の川銀河」は、となりの「アンドロメダ銀河」に衝突する。

A deep field image of the universe, showing a vast field of galaxies in various colors (red, blue, white, purple) and orientations, set against a black background. The galaxies are scattered across the frame, with some appearing as bright, distinct points and others as faint, elongated structures.

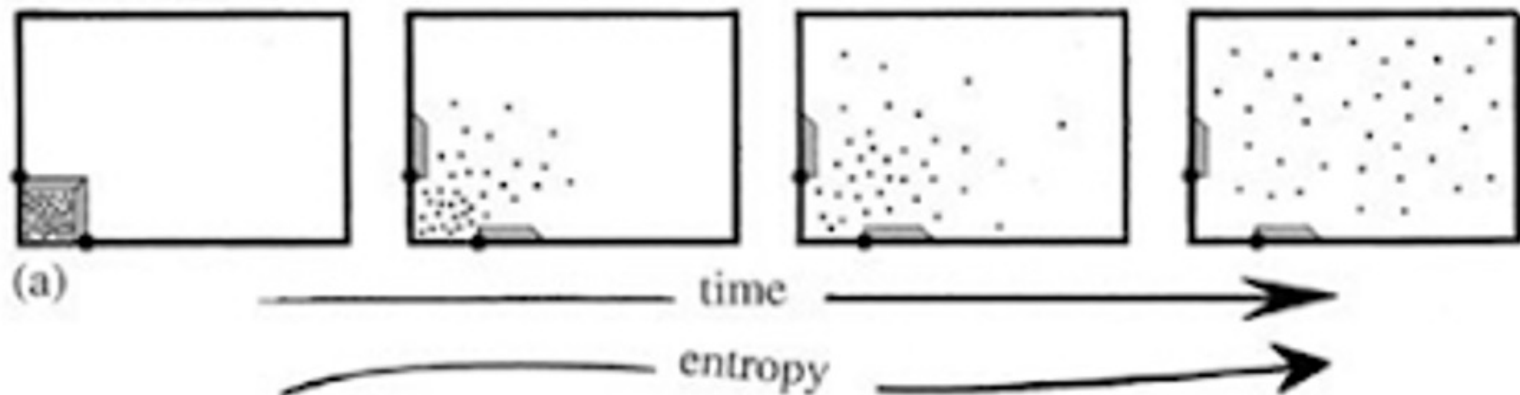
宇宙の退屈な終わりについて

エントロピー増大の、あるイメージ

エントロピーの増大のシンプルなイメージ ガスの拡散

閉じた部屋の片隅に、揮発性のガスの入った容器がある。ガス容器の栓が抜かれると、ガスは、時間とともに部屋に広がり始める。一定の時間が過ぎると、ガスは部屋中に均等に拡散して、それ以降は、その分布は、大きくは変化しない。こうした状態を、「**熱平衡状態**」という。

この変化には、重要な特質がある。逆の変化は自然には起きないのだ。拡散したガスが、元の容器に戻ることはない。それは「**不可逆な過程**」である。



宇宙のレベルで起きること ブラックホールへの吸収

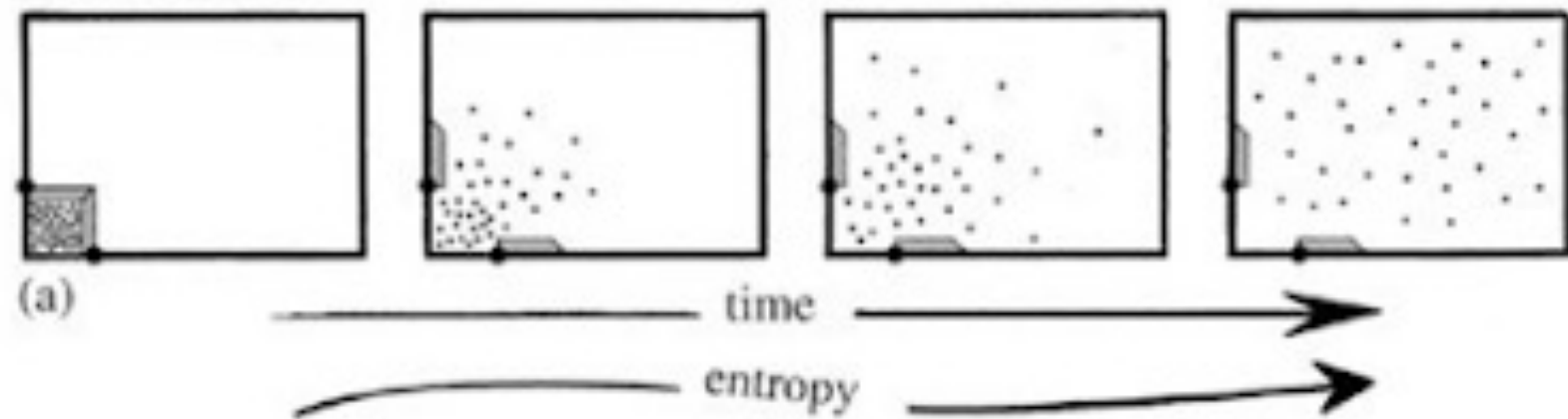
ところがである。ガスの拡散を「部屋」ではなく、「宇宙」のレベルで考えよう。奇妙なことが起こる。

宇宙に拡散したガスは、重力の作用で凝縮して、核融合反応を起こして、星が生まれる。

そして、星たちは、同じく重力の作用で集まって、ブラックホールができ、最後には、そこに全て飲み込まれる。



先に見た、ガスが部屋に拡散するモデル
これで、エントロピー増大のイメージを持つことができる。



ところがだ。部屋ではなく、宇宙で考えよう。
宇宙に拡散しているガスは、重力で互いに集まり、凝縮して星になる。
最後には、ブラックホールができて、そこにすべて飲み込まれる。



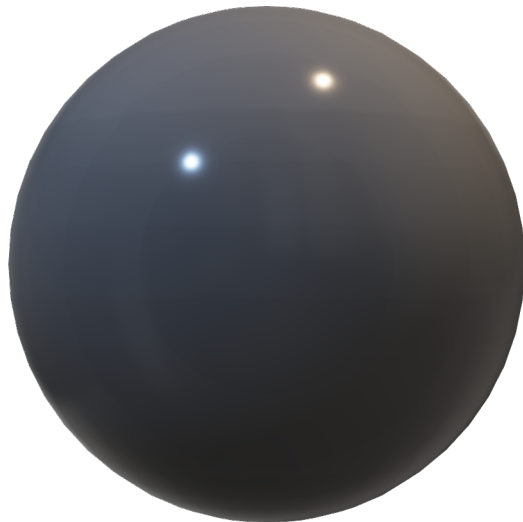
ブラックホールを考えると、最初のエントロピー増大のイメージは、
維持できなくなる。

Roger Penrose "Cycle of Time"

ブラックホールのエントロピーと ブラックホールの蒸発

ブラックホールのエントロピー

1973年、ベッケンシュタインは、ブラックホールがエントロピーを持つこと、しかも、そのエントロピー S_{BH} が、ブラックホールの「地平」の表面積 A に比例することを見出す。この比例定数は、ホーキングが $1/4$ であることを見出す。



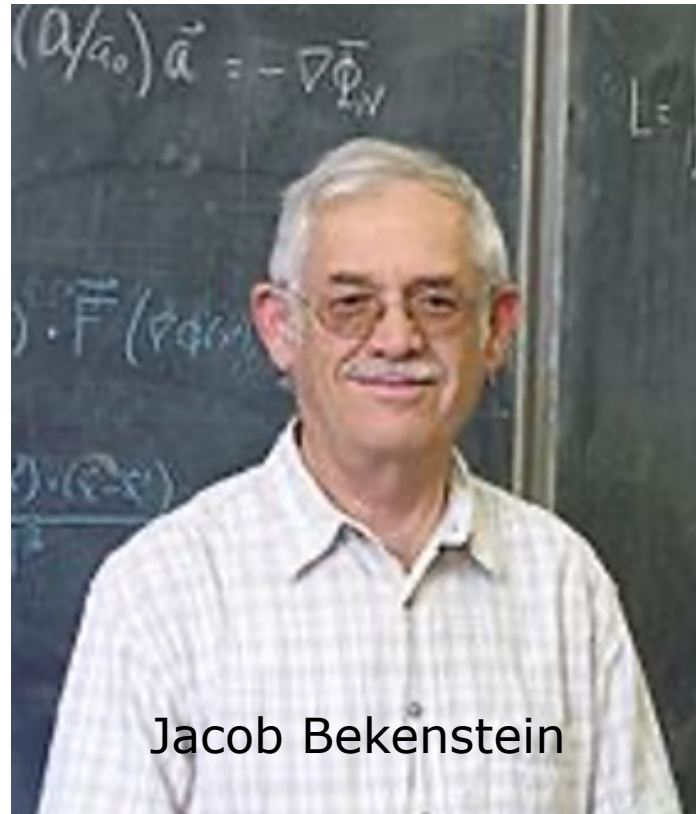
ブラックホールのエントロピー

$$S_{BH} = \frac{A}{4}$$

球の表面積 $A=4\pi r^2$

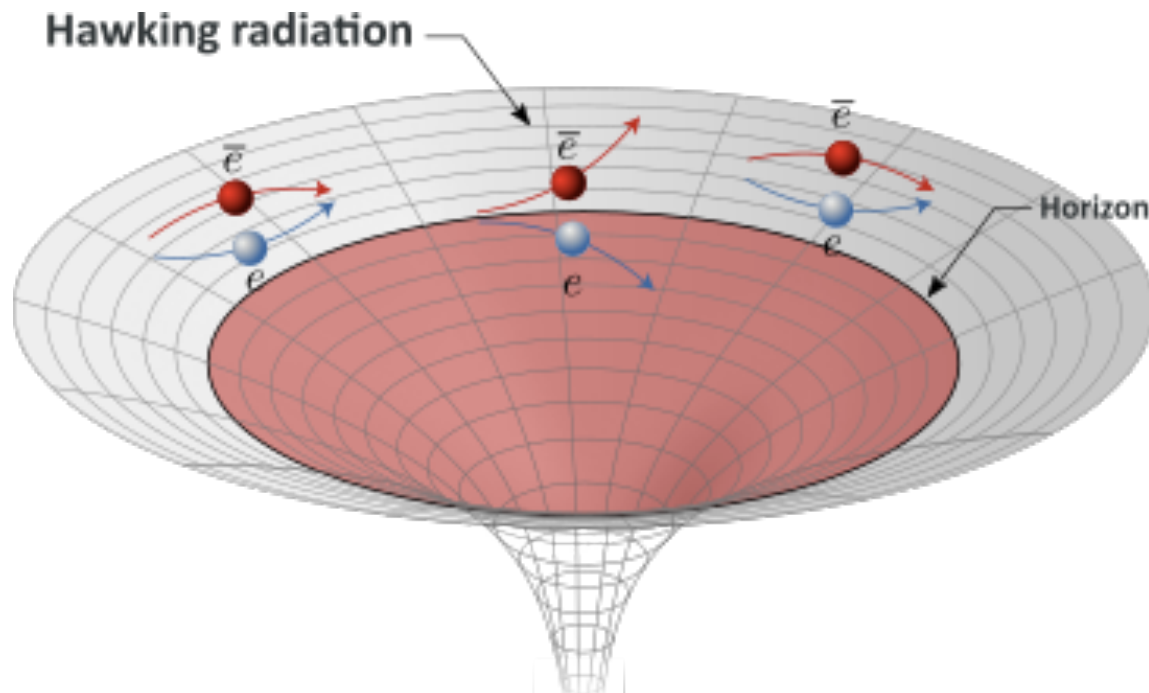
Area則

- 通常、ある空間のエントロピーは、その空間の体積に比例する。ブラックホールのエントロピーが、ブラックホールの体積(質量)ではなく、その地平の面積に比例すると言うのは、少し意外なことだ。こうしたタイプの物理法則を「エリア則に従う」という。



ブラックホール輻射とブラックホールの蒸発

1974年、ホーキングはブラックホールの地平周辺で対発生した粒子の一方がブラックホールに落ち込み、他方がそこから抜け出すと、ブラックホールから粒子が飛び出すように見えることに気づく。ブラックホールは、それによってエネルギーを失って、じょじょに蒸発していく。



黒色矮星と宇宙の終わり

宇宙のブラックホールは、やがて姿を消す

このストーリーにはもっと先がある。最近のシミュレーションでは、指数関数的に膨張する宇宙では、巨大なブラックホールに捕捉されるのは、宇宙全体の物質の10%程度だという。

恒星起源のブラックホールは 10^{67} 年で、銀河系中心の巨大ブラックホールも 10^{99} 年で、ホーキング放射で「蒸発」し姿を消す。

ブラックホールに捕捉されなかった星たちの運命

ブラックホールに捕捉されなかった宇宙の残りの90%の物質は、元それが属した銀河系から孤立したまま星の一生の進化を続ける。太陽の1.2倍程度の質量を持つ星は「白色矮星」になるのだが、「白色矮星」は 10^{17} 年で「黒色矮星」に変わる。

「黒色矮星」は、現代の「宇宙の終末論」では、もっとも注目されている天体なのだが、それはまだ観測されていないと言う。というのも、この天体は光を出さないからだ。「黒色矮星」の中心は、最も安定な原子である鉄の「結晶」でできていて、温度は絶対零度近くに冷却されている。

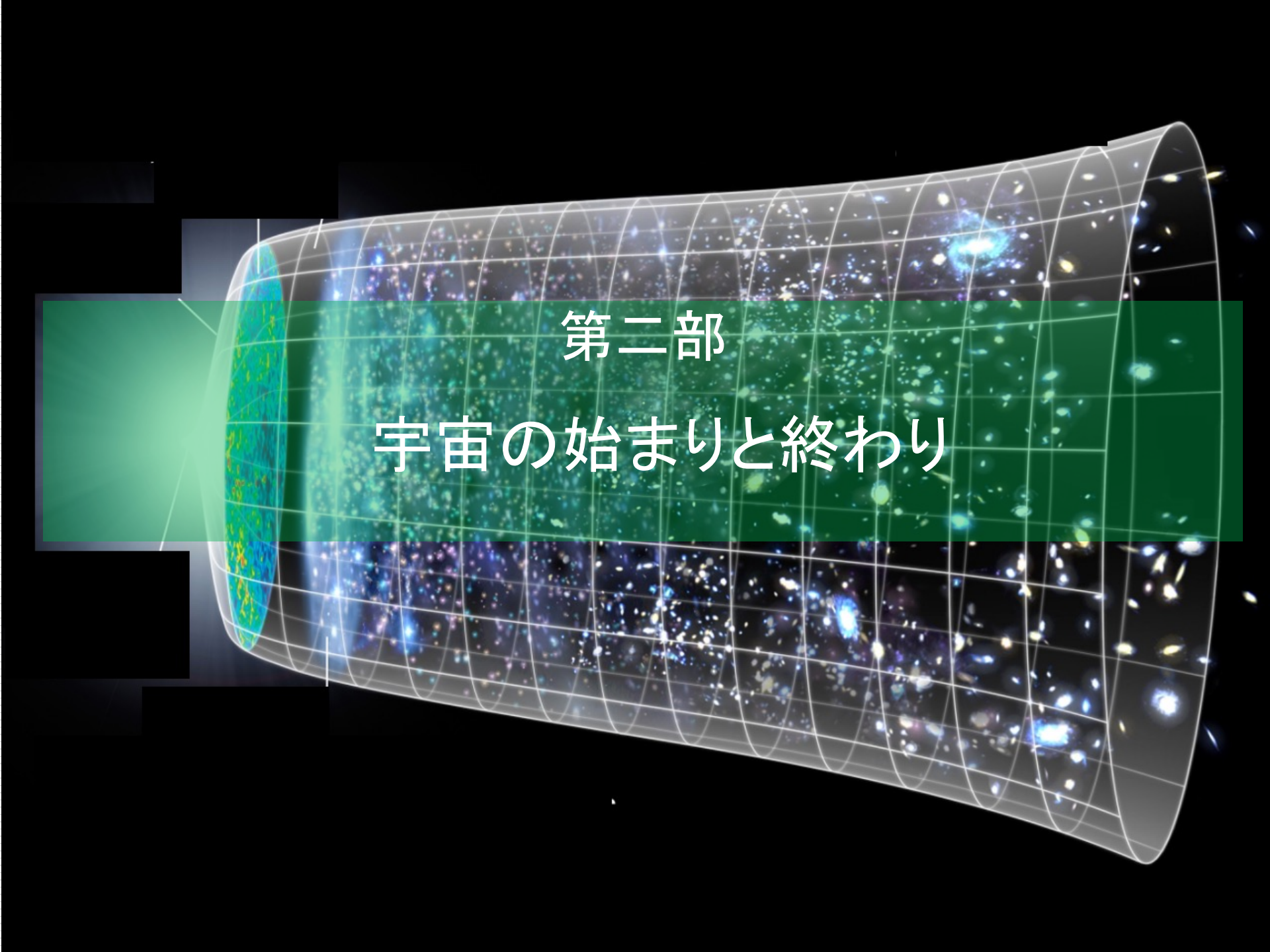
「黒色矮星」の超新星爆発と宇宙の死

「黒色矮星」は、とても長生きする天体である。陽子崩壊がおきるなら、黒色矮星の寿命は 10^{32} 年程度だが、もし陽子が安定しているとすれば、太陽の 1.24 倍程度の質量を持つ「黒色矮星」は、 10^{1600} 年後に突然崩壊して超新星爆発を起こす。もっと軽い、太陽の 1.16 倍程度の質量を持つ「黒色矮星」は、 10^{32000} 年後(！)に超新星爆発を起こす。

このシナリオによれば、宇宙は、とてつもなく長い長い退屈な時間をかけて、その死を迎える。「黒色矮星」の超新星爆発は、宇宙の死を飾る最後の打ち上げ花火である。その後には、宇宙には何も起こらない。

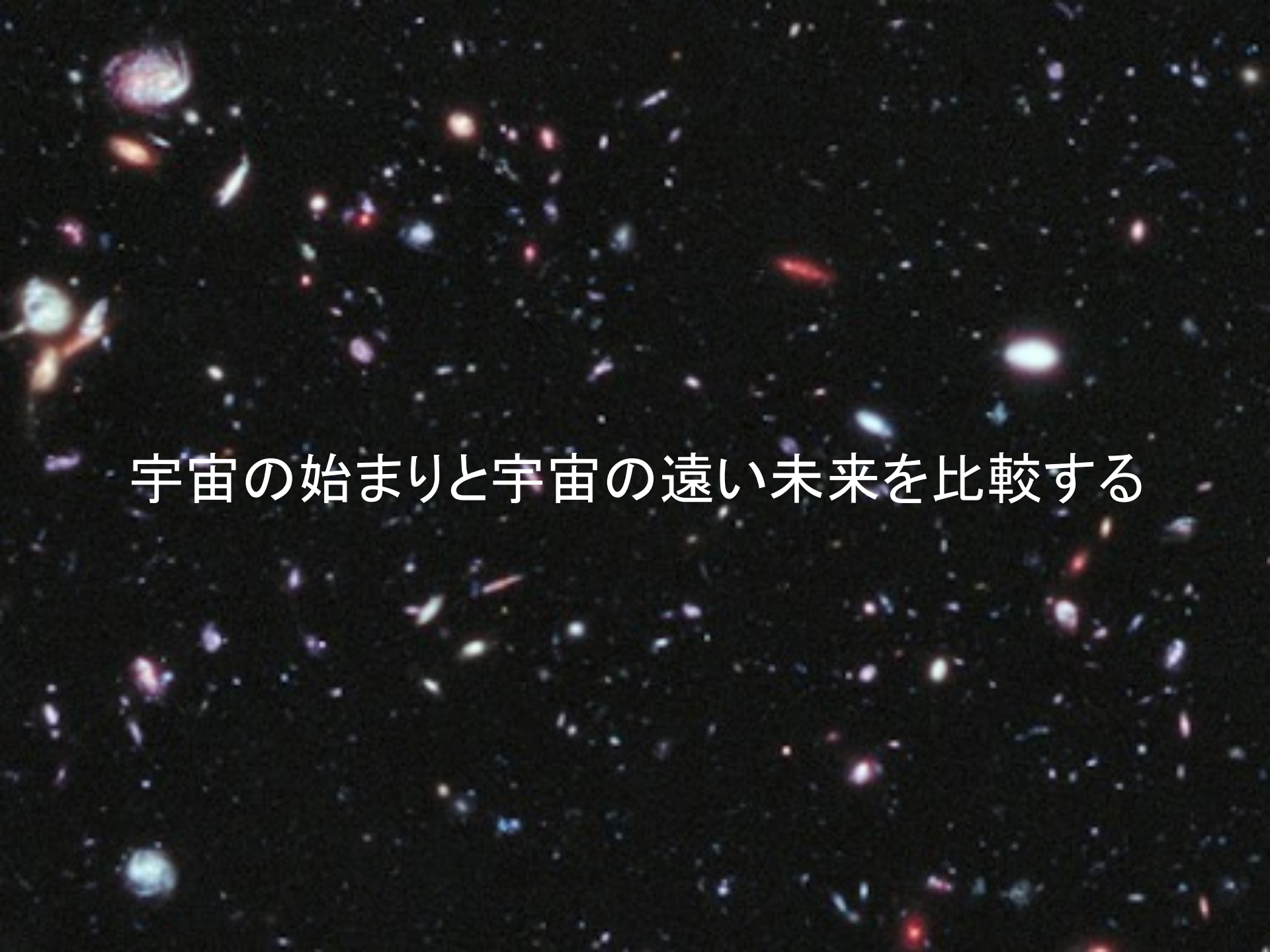






第二部

宇宙の始まりと終わり

A deep field image of the universe, showing a vast field of galaxies. The galaxies are scattered across the frame, appearing in various colors including blue, red, orange, and purple. Some are bright and clear, while others are faint and distant. The background is a deep black, punctuated by the light of these celestial bodies.

宇宙の始まりと宇宙の遠い未来を比較する

宇宙の遠い未来



宇宙の始まり

- 超高温

宇宙の始まり

- 超高温
- 超高密度

宇宙の始まり

- 超高温
- 超高密度
- 超高エネルギー

宇宙の始まり

- 超高温

宇宙の遠い未来

- 超低温
(\equiv 絶対零度)

宇宙の始まり

超高温

- 超高密度

宇宙の遠い未来

超低温
(\equiv 絶対零度)

- 超低密度
(密度 \equiv ゼロ)

宇宙の始まり

超高温

超高密度

- 超高エネルギー

宇宙の遠い未来

超低温
(\equiv 絶対零度)

超低密度
(密度 \equiv ゼロ)

- 超高エントロピー

宇宙の始まり

- 超高温
- 超高密度
- 超高エネルギー

宇宙の遠い未来

- 超低温
(\equiv 絶対零度)
- 超低密度
(密度 \equiv ゼロ)
- 超高エントロピー

宇宙の始まり

- 超高温
- 超高密度
- 超高エネルギー

宇宙の遠い未来

- 超低温
(\equiv 絶対零度)
- 超低密度
(密度 \equiv ゼロ)
- 超高エントロピー

全く真逆の世界である。ただ、意外な共通点もある

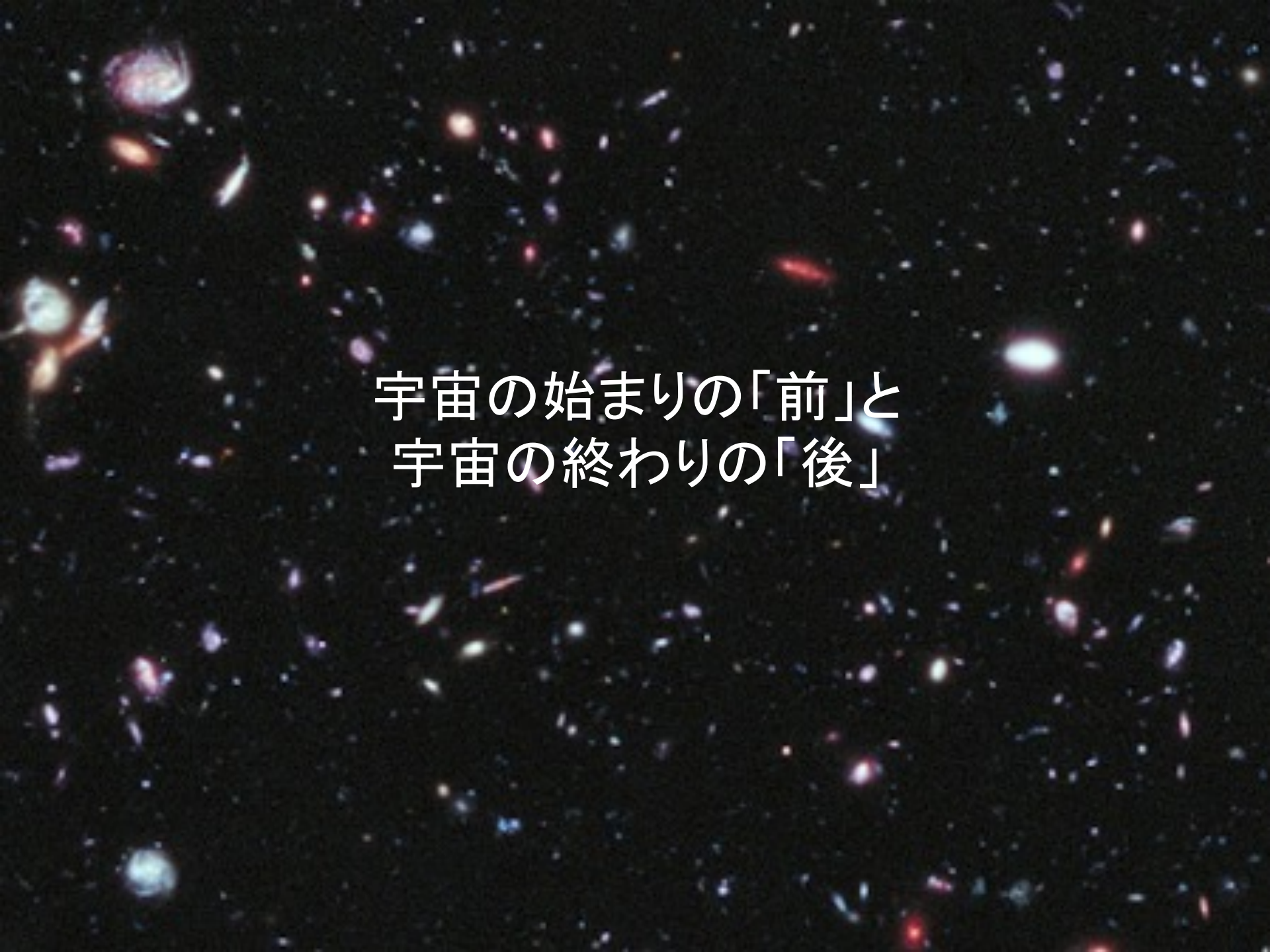
宇宙の始まり

- 超高温
- 超高密度
- 超高エネルギー

宇宙の遠い未来

- 超低温
(\equiv 絶対零度)
- 超低密度
(密度 \equiv ゼロ)
- 超高エントロピー

質量のない粒子の世界



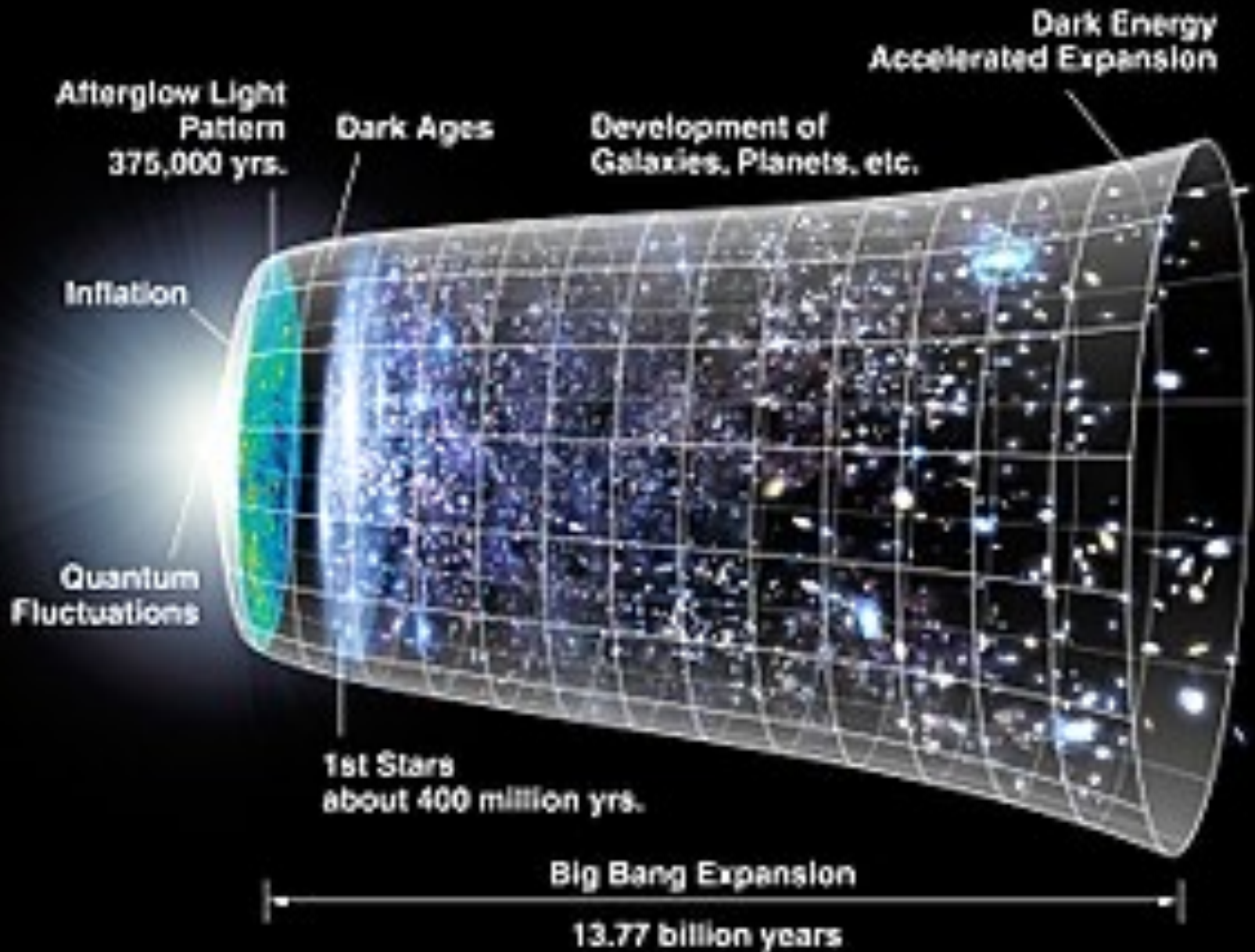
宇宙の始まりの「前」と
宇宙の終わりの「後」

Big Bang – 宇宙の始まり

Big Bang – 宇宙の始まり

- 1927年 Georges Lemaître
an expanding universe could be traced back in time to an originating single point
- 1929年 Edwin Hubble
analysis of galactic redshifts in 1929 that galaxies are indeed drifting apart
- 1964年 Arno Penzias and Robert Wilson
cosmic microwave background (CMB) found.

我々の宇宙は、137億年前に生まれた



宇宙の始まりと終わり?

時間も空間も有限である

「世界は時間において始まりを持ち、空間からみても限界に囲まれている。」

「なぜなら、世界が時間において始まりを持たないと仮定せよ、そうすれば、与えられたどの時点までにも永遠が経過し、従って世界における諸事物の次々に継起する諸状態の無限の系列が流れ去ったことになる。しかしながら、系列の無限性というのは、継続的な総合によっては決して完結されえないという点にその本質がある。それゆえ、無限の流れ去った世界系列というのは不可能であり、よって、世界の始まりは世界が現に存在するための必然的な条件である。これが最初に証明されるべきことであった。」

カント 「純粹理性批判」

時間も空間も無限である

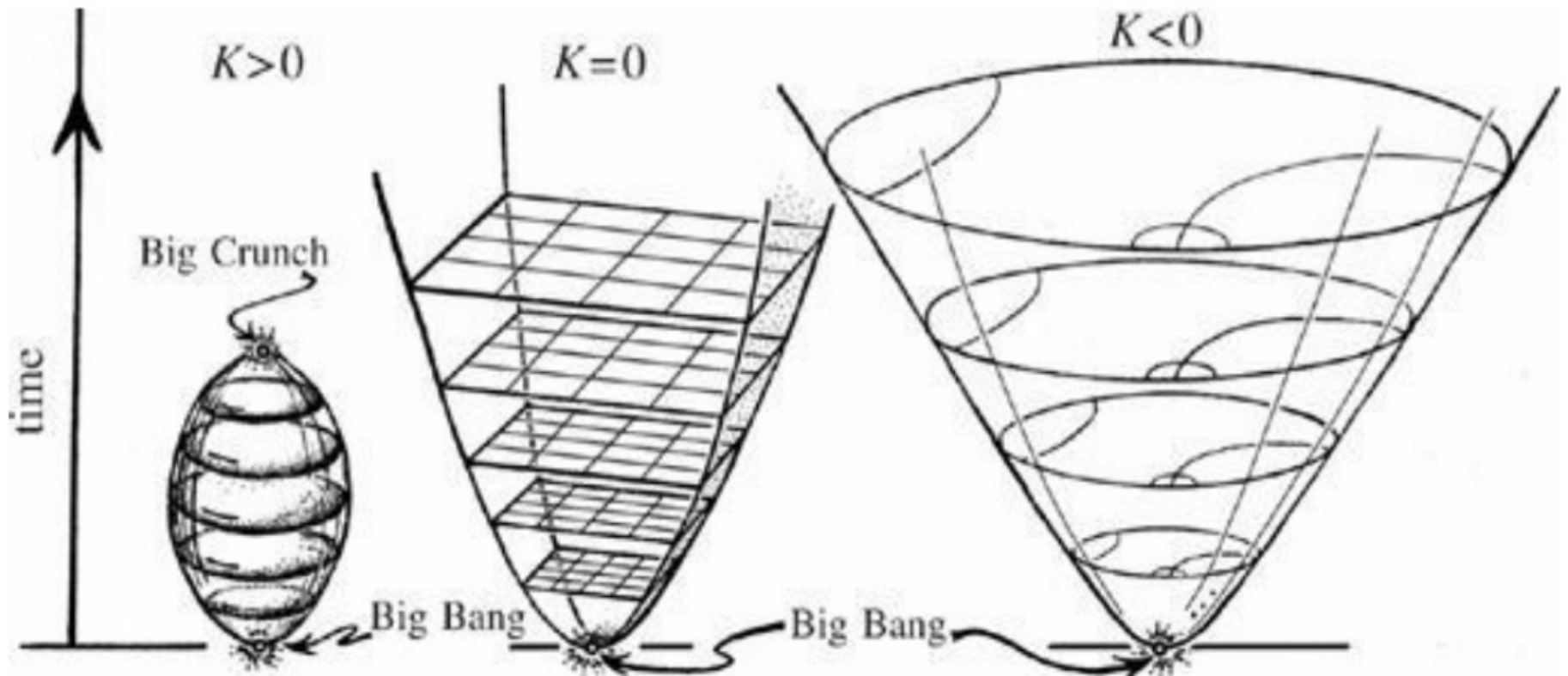
「世界は始まりを持たず、空間においても限界を持たない。時間という点からみても、空間という点からみても、無限である。」

「なぜなら、世界が始まりを持つとしてみよ、そのときには、始まりというのは一つの現存在なのだから、それ以前に、物が存在していない時間が先立っていたことになるが、そうすれば、世界が存在していない時間が、つまり空虚な時間が先行していたことになる。しかしながら、空虚な時間においては何らかの物が発生するのは不可能である。……それゆえ、世界においては諸物の多くの系列が始まりうるが、世界そのものはいかなる始まりも持ちえない。それゆえ、世界は過去の時間という点からみて無限である。」

カント 「純粹理性批判」

宇宙論初期の議論

1922年 Friedman モデル 宇宙項を持たない ($\Lambda=0$)モデル

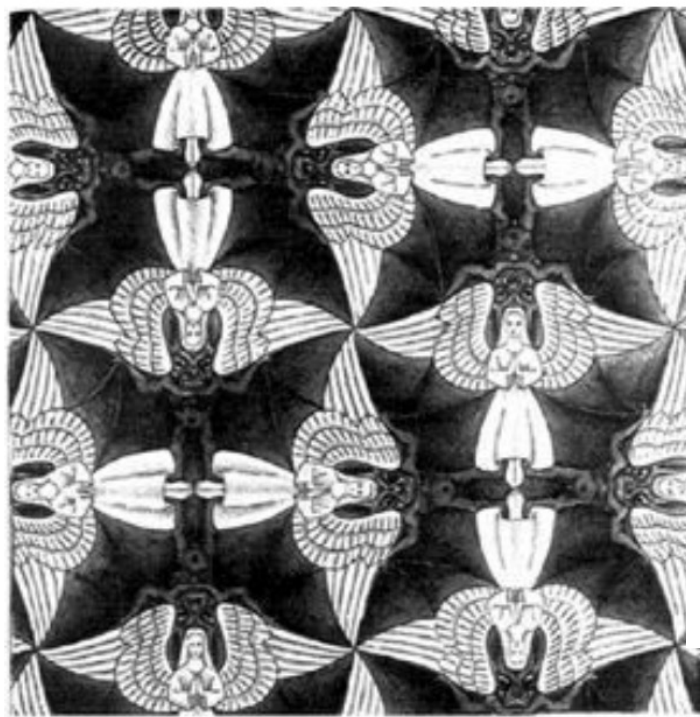


K は、空間の曲率



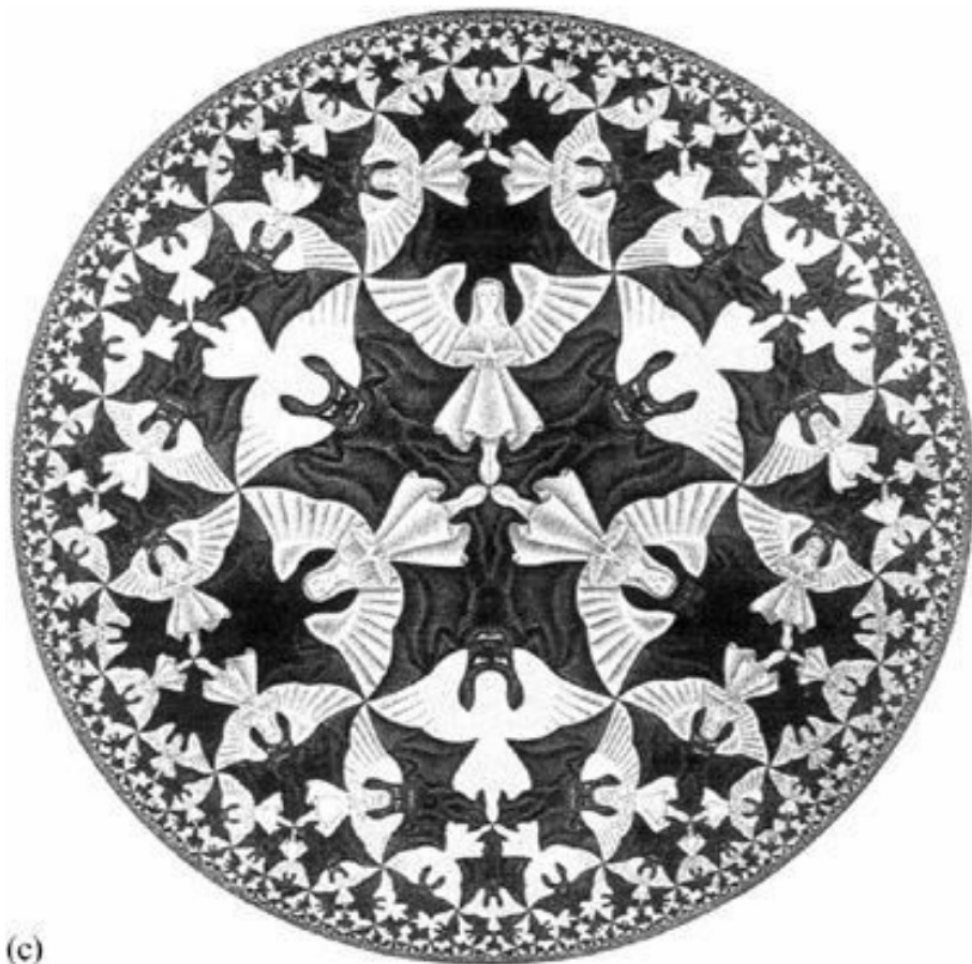
(a)

$K > 0$



(b)

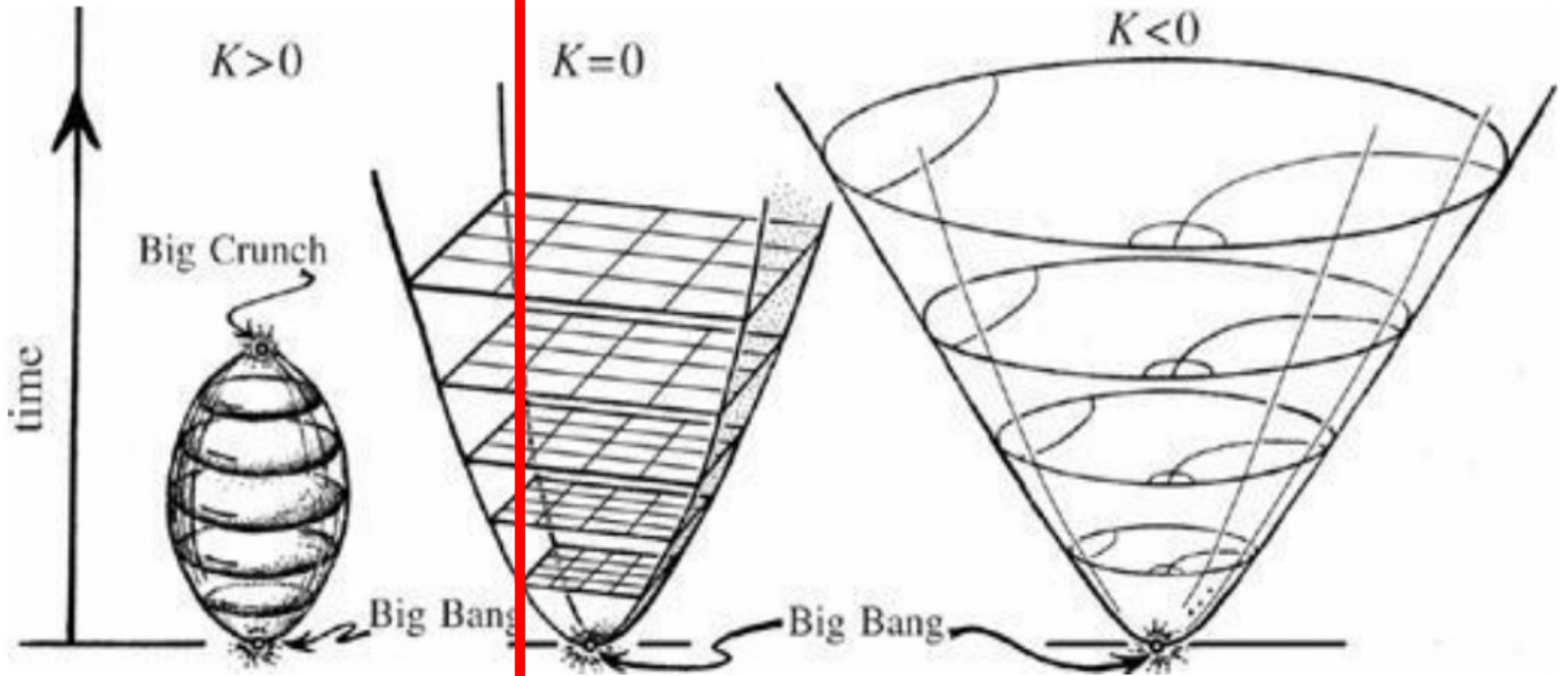
$K = 0$



(c)

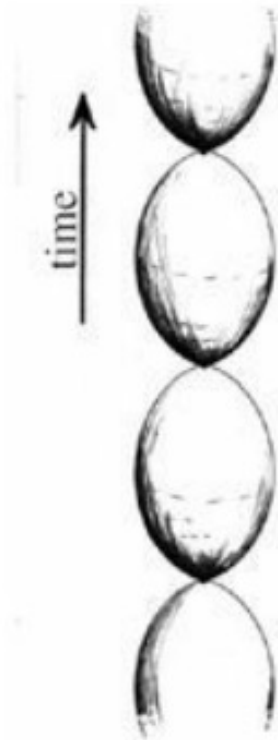
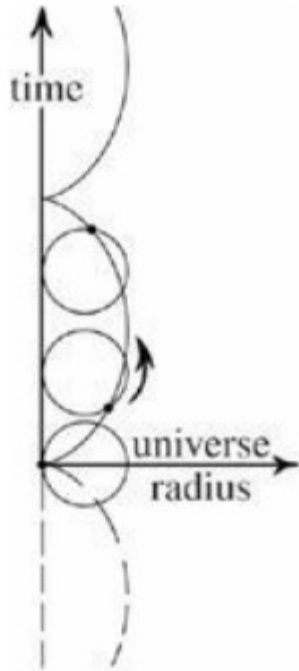
$K < 0$

Friedman モデル



K は、空間の曲率

Friedman モデル



現在の宇宙



過去の宇宙



もっと過去の宇宙



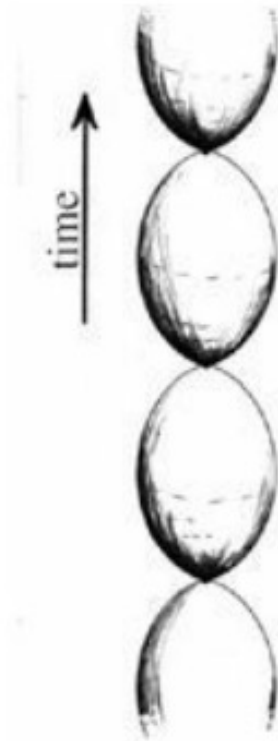
もっともっと過去の宇宙



Friedman モデル

Aeon

Roger Penrose uses the word *aeon* to describe the period between successive and cyclic Big Bangs within the context of conformal cyclic cosmology.



現在の宇宙



過去の宇宙



もっと過去の宇宙

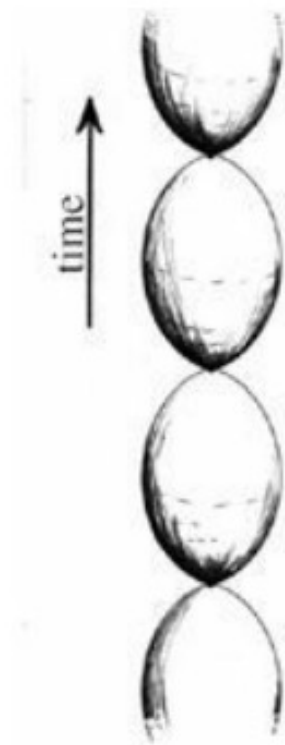


もっともっと過去の宇宙



Friedman モデル

エントロピー
の増大則を
説明できない



現在の宇宙



過去の宇宙



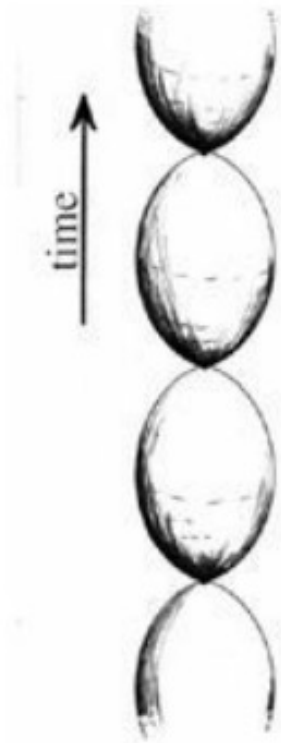
もっと過去の宇宙



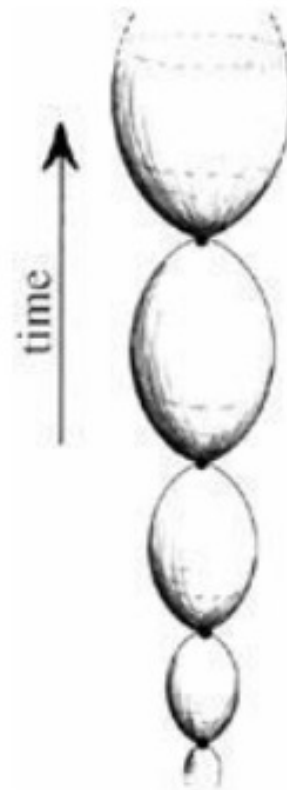
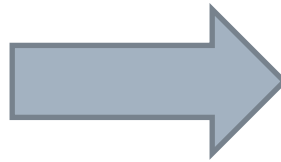
もっともっと過去の宇宙



1934年 Tolman モデル

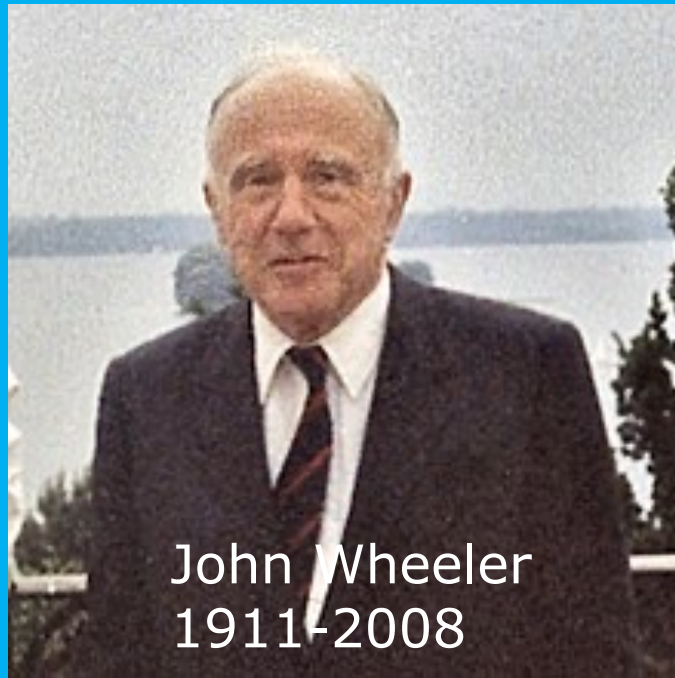


Friedman モデル



Tolman モデル

Big-Bang, Black Hole, ... Wheelerが考えたこと



John Wheeler
1911-2008

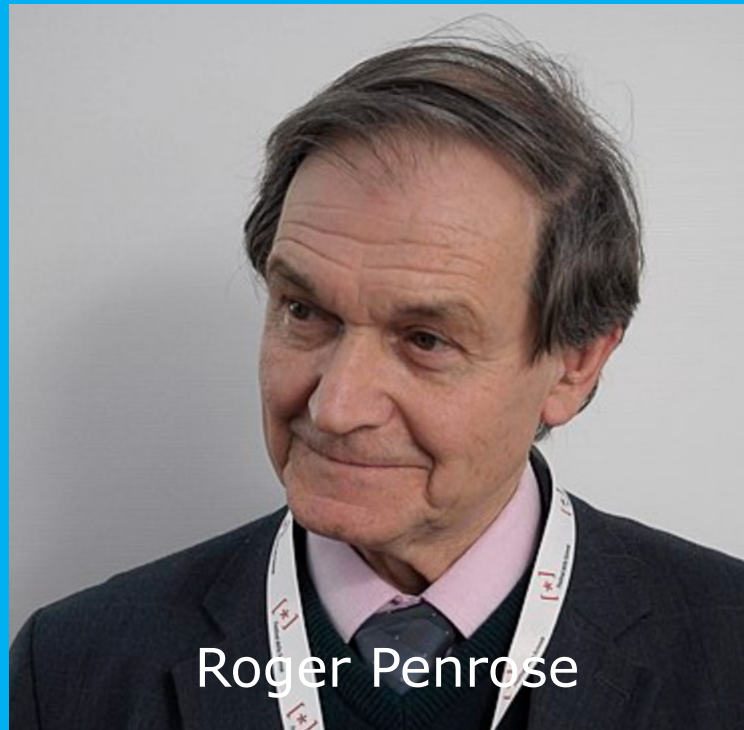
Wheelerが考えたこと

- それぞれの宇宙の膨張と崩壊のプロセスの中で、次元のない物理定数は、ほんの少しだけしか変化しない。だから、新しいブラックホールの形成の際に現れる傾向には、ある種の遺伝があることになるかもしれない。この遺伝的傾向は、ある種の自然淘汰の影響のもとにおかれるだろう。
- 我々の経験では普通のほとんど平坦な時空でも、微細なプランク・スケールで観察すれば、カオス的な乱流を見出すだろうし、離散的な粒々の構造を見出すかもしれない。それは、我々には馴染みのない構造で、それを正確に記述するには、何か別の方法が必要なかもしれない。

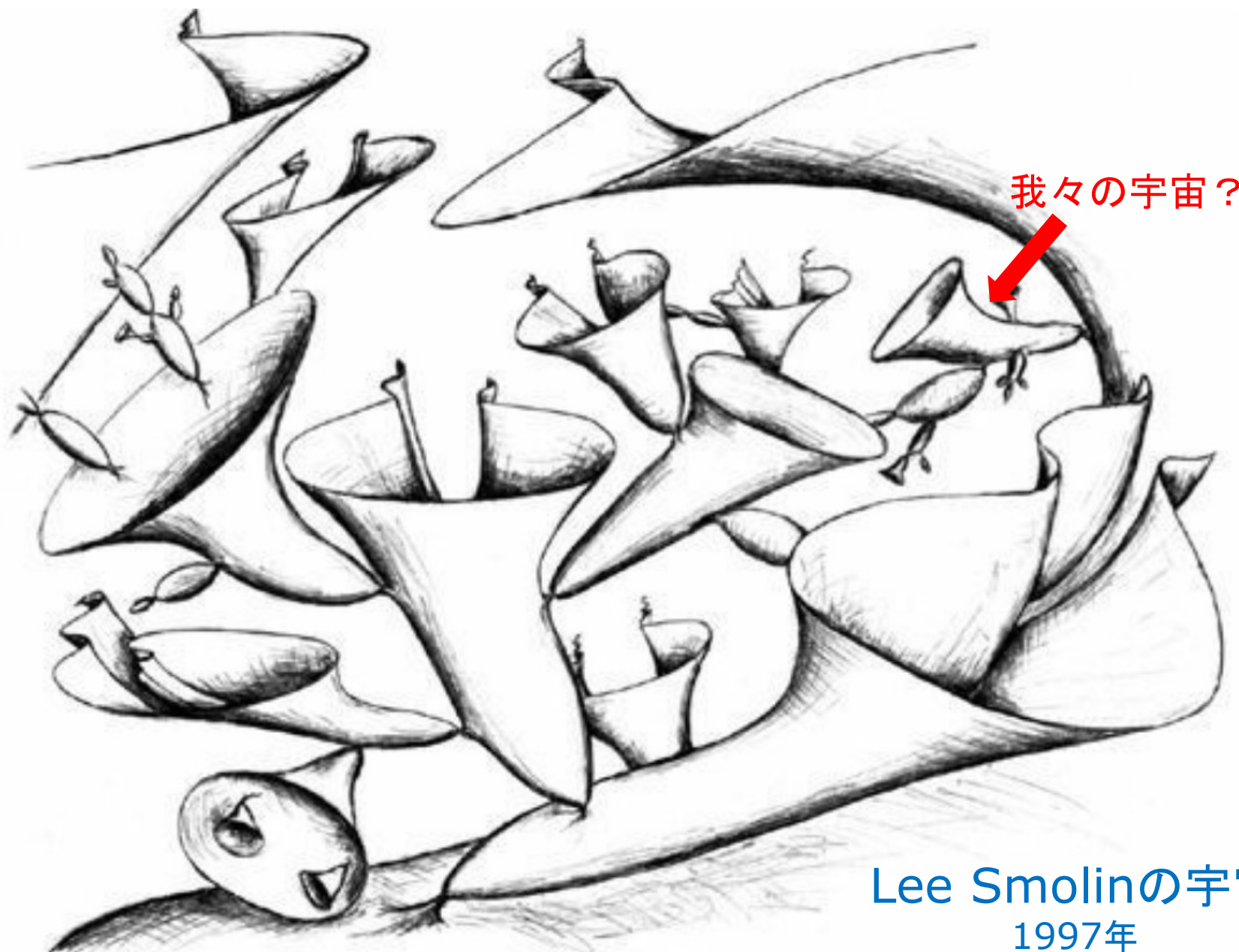
Wheelerが考えたこと

- 量子スケールでの重力の効果は、プランク長レベルの時空のトポロジカルな性質を変えてしまうかもしれない。例えば、時空を巻き上げて、「量子泡」とか「ワームホール」を作るかもしれない。

現代の宇宙論

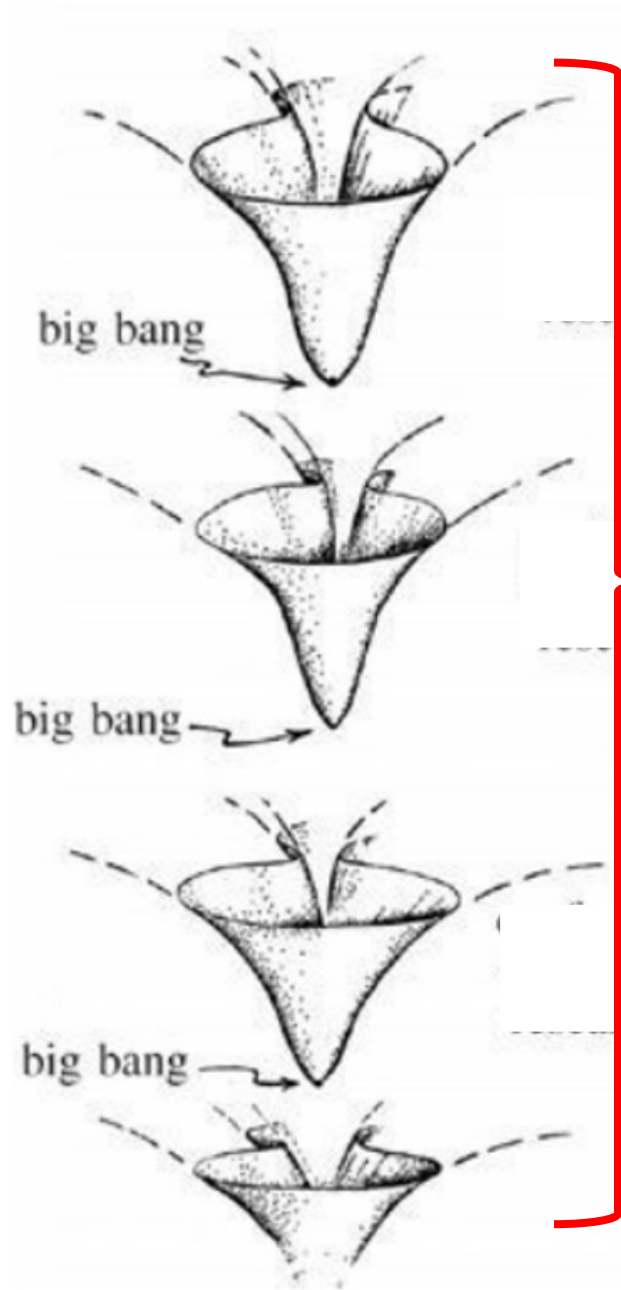


Roger Penrose



我々の宇宙？

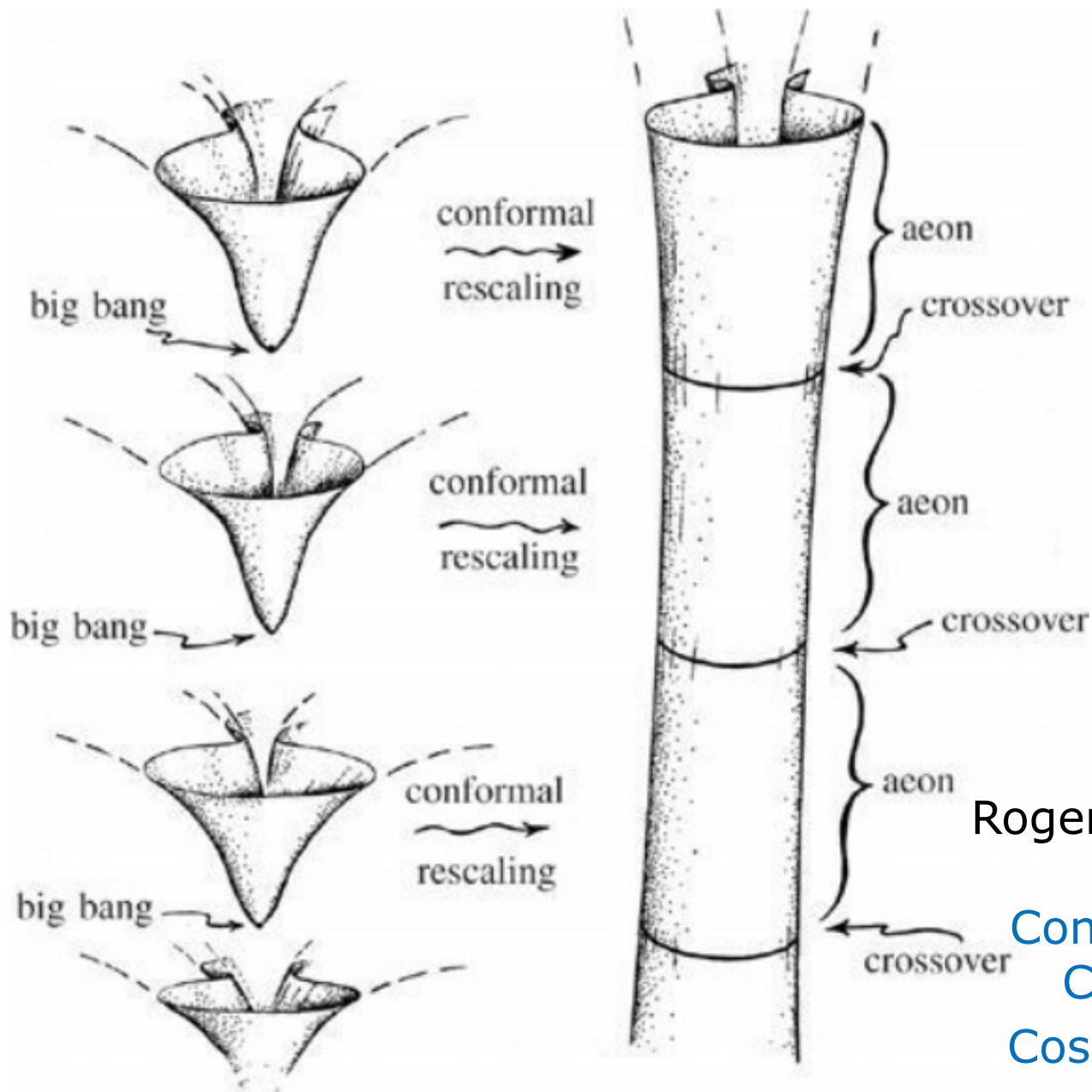
Lee Smolinの宇宙
1997年



Aeon

Roger Penrose

Conformal
Cyclic
Cosmology

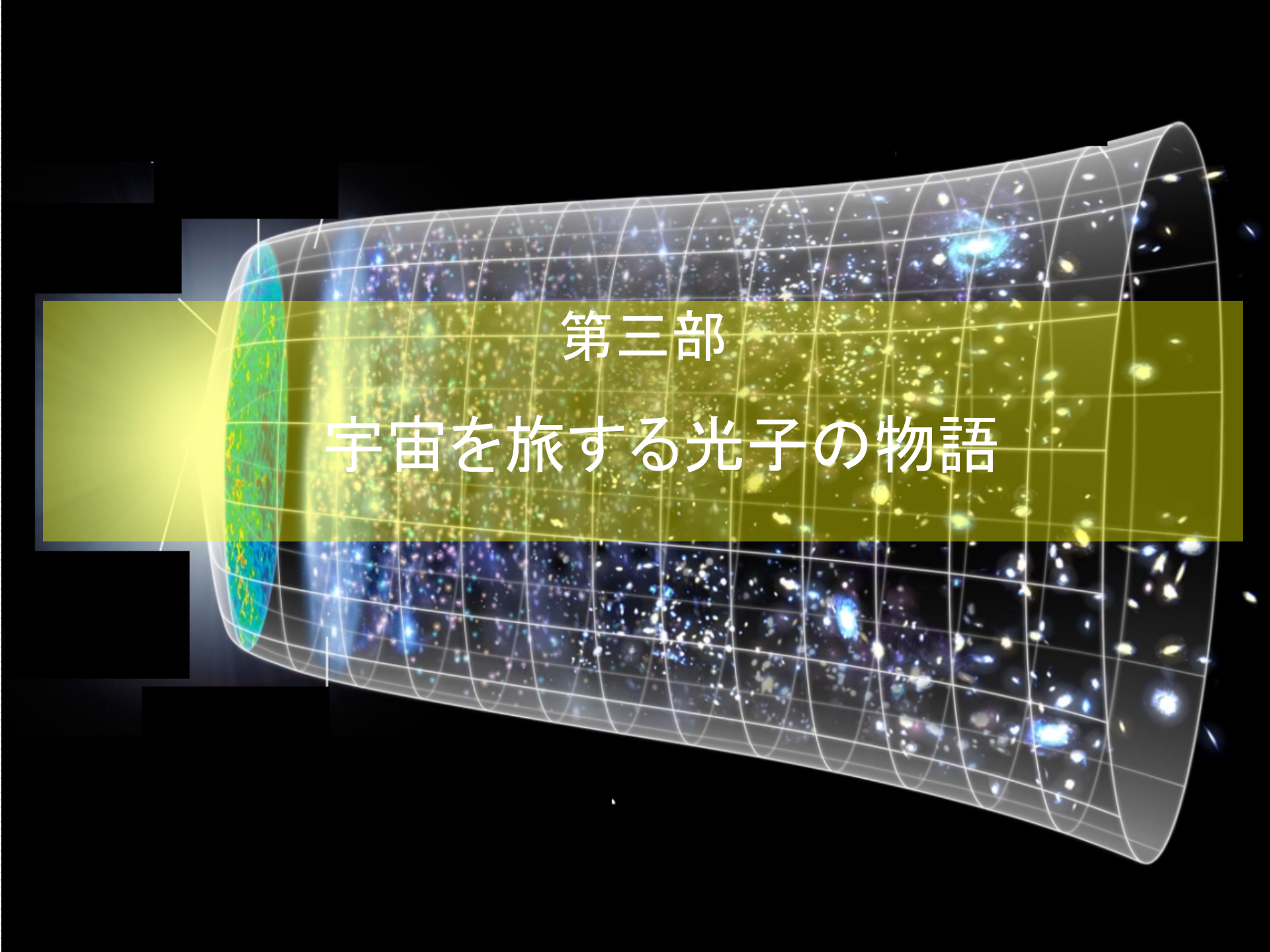


Roger Penrose

Conformal
Cyclic
Cosmology






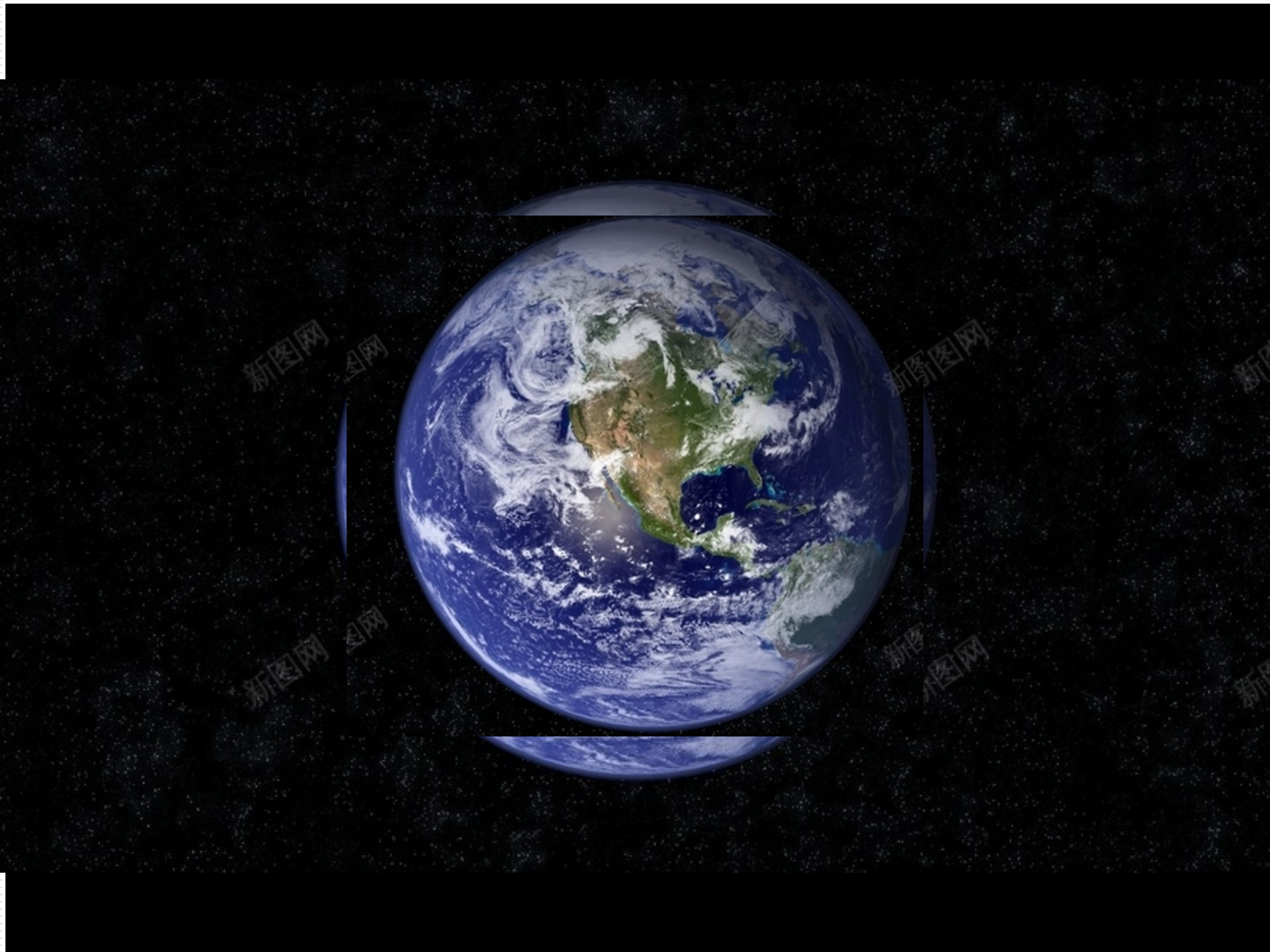


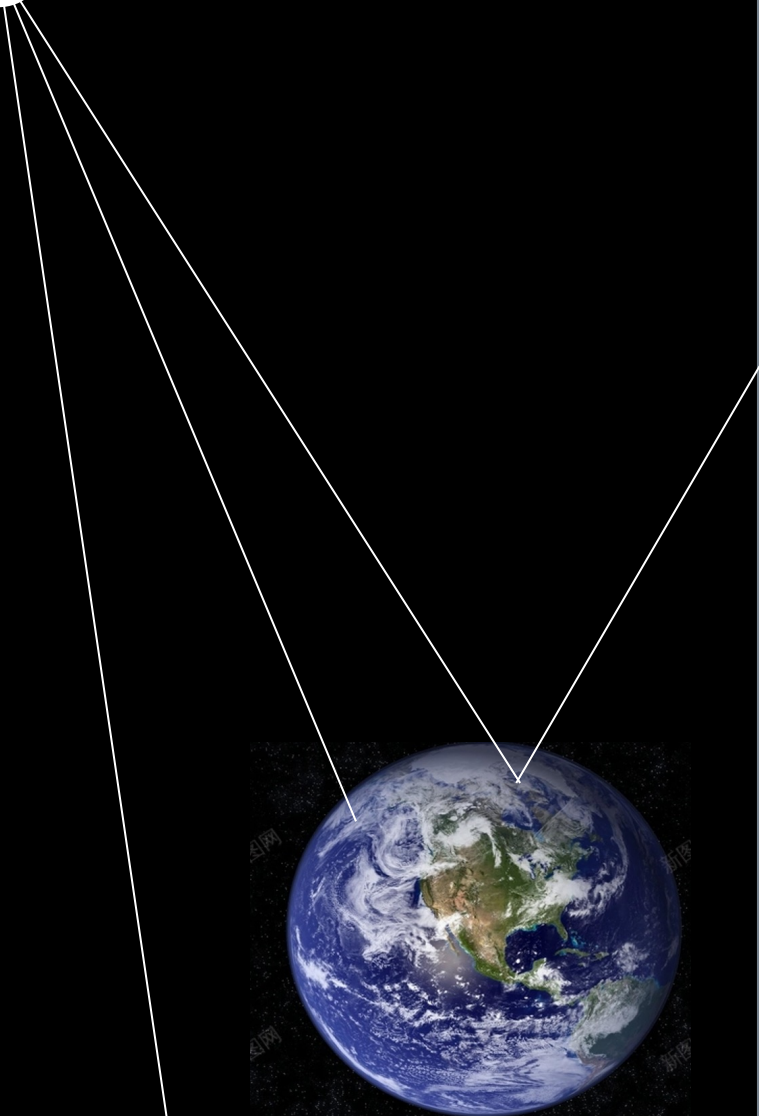
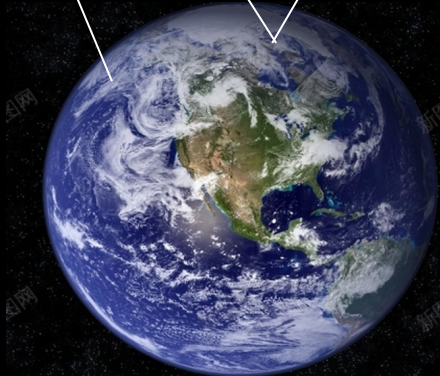
第三部

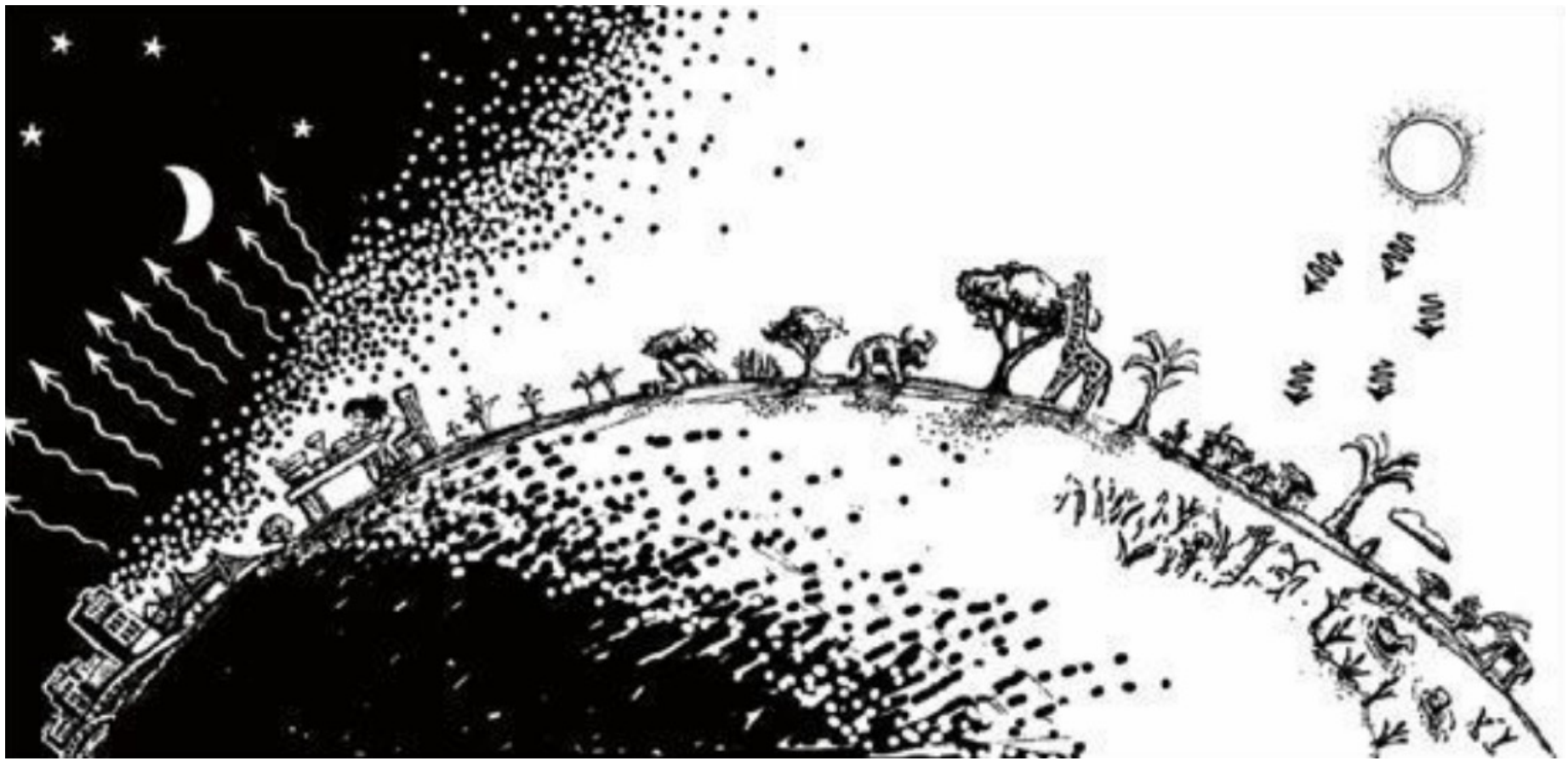
宇宙を旅する光子の物語

A deep-field astronomical image showing a dense population of galaxies. The galaxies are scattered across the frame, appearing in various colors including blue, red, orange, and white. Some are bright and clear, while others are faint and distant. The background is a deep black, punctuated by the light of these celestial bodies.

地球に降り注ぐ光

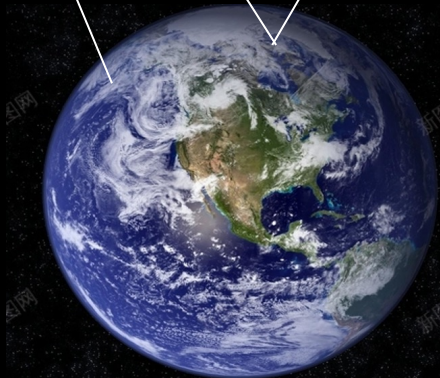






地球の表面に届いた太陽からの光子は、地球が宇宙に返す光より、高いエネルギーを持っている。地球がどんどん熱くなる訳ではないので、地球からは、その熱を運び出すもっと多くの光子が出ているはずだ。地球が受け取る光子のエネルギーのエントロピーは低い。エントロピーの低さが、光子のエネルギーを地球が利用することを可能にしている。

低エントロピー



高エントロピー



Schrödinger

What **is** **Life**?



LIVING MATTER EVADES THE DECAY TO EQUILIBRIUM

「生物は、(熱的)平衡への衰退を回避する」("What is Life?" シュレジンガー 1944年)

IT FEEDS ON 'NEGATIVE ENTROPY'

How does the living organism avoid decay?
The obvious answer is: By eating, drinking, breathing and (in the case of plants) assimilating. The technical term is metabolism.

everything that is going on in Nature means an increase of the entropy of the part of the world where it is going on. Thus a living organism continually increases its entropy -or, as you may say, produces positive entropy -and thus tends to approach the dangerous state of maximum entropy, which is of death. It can only keep aloof from it, i.e. alive, by continually drawing from its environment negative entropy -which is something very positive as we shall immediately see. What an organism feeds upon is negative entropy. Or, to put it less paradoxically, the essential thing in metabolism is that the organism succeeds in freeing itself from all the entropy it cannot help producing while alive.

宇宙を旅する光

宇宙には、無数の光が飛び交っている

さっきに、地球に降り注ぐ太陽からの光について述べたが、太陽は、宇宙に存在する無数の恒星の一つに過ぎない。その恒星系に生命が存在すると否とにかかわらず、恒星は、無数の光子を宇宙に送り出している。

ビッグバンの直後に生みだされた光子を観測したものが、「宇宙マイクロ波輻射」である。

ブラックホールが、ホーキング輻射で蒸発するというのは、ブラックホールから、光子が飛び出してくるからである。

質量とエネルギー

質量を持たない光のエネルギー

$$E = mc^2$$

質量 m の物質のエネルギー

$$E = h\nu$$

周波数 ν の光子のエネルギー

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

速度 v で運動する物質の質量

「宇宙の退屈な終わり」？


以前に、「宇宙が終わるまでには、途方もない時間がかかる」と書いた。人間にとっては、ほとんど「永遠」といって時間がかかる。また、それは耐えられないほど「退屈」だとも書いた。

ただ、それは人間にとっての話だ。

光子は「永遠」を感じない

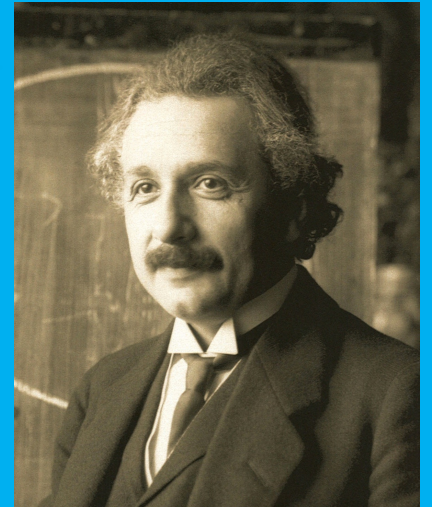
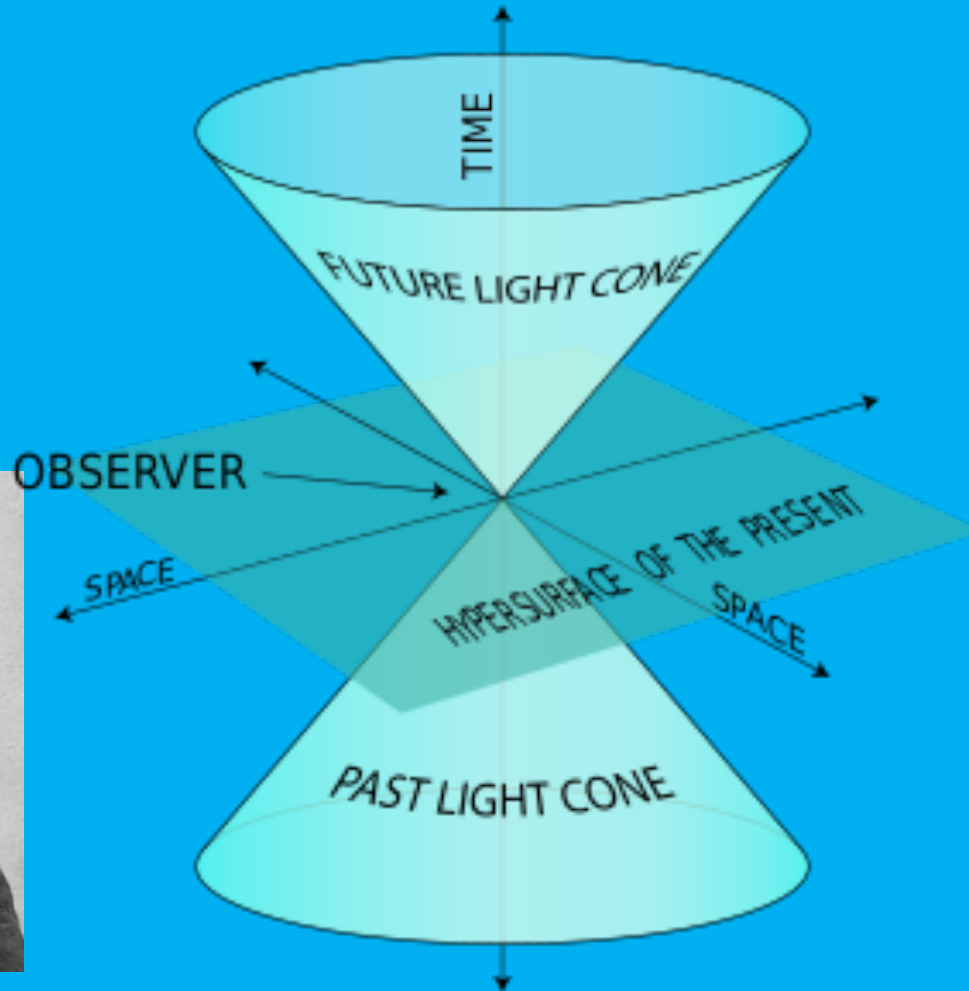
ところが、質量を持たず光速で運動する光子にとっては、様子は、全く変わったものになる。

光子は、時間を感じない。「永遠」を感じることもない。

A deep field image of the universe, showing a vast field of galaxies in various colors (red, blue, white, purple) and orientations, set against a black background. The galaxies are scattered across the frame, with some appearing as bright, distinct points and others as faint, elongated structures. The overall scene is a rich, multi-colored tapestry of cosmic objects.

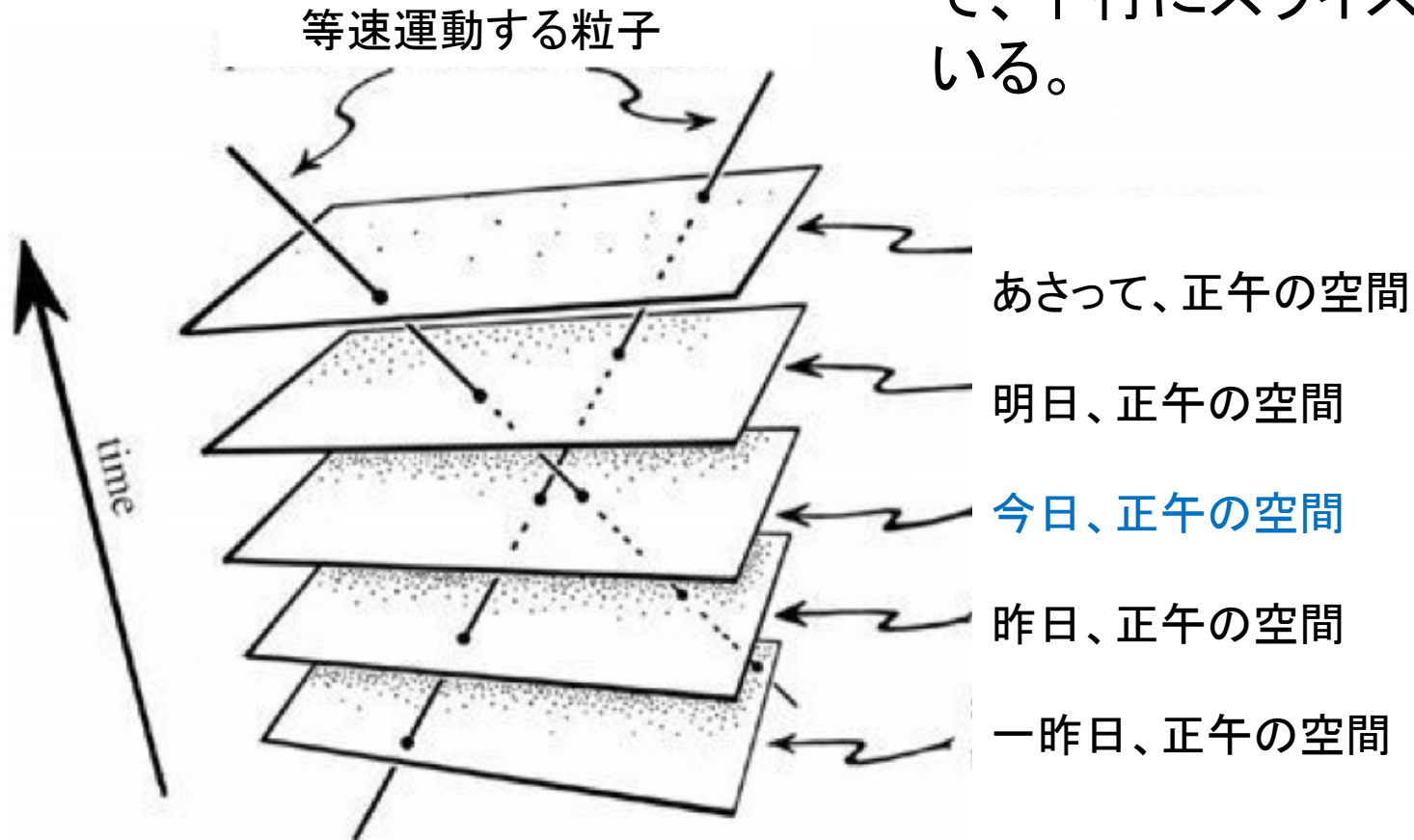
光子が見る宇宙の姿

光円錐



ミンコフスキーとアインシュタイン

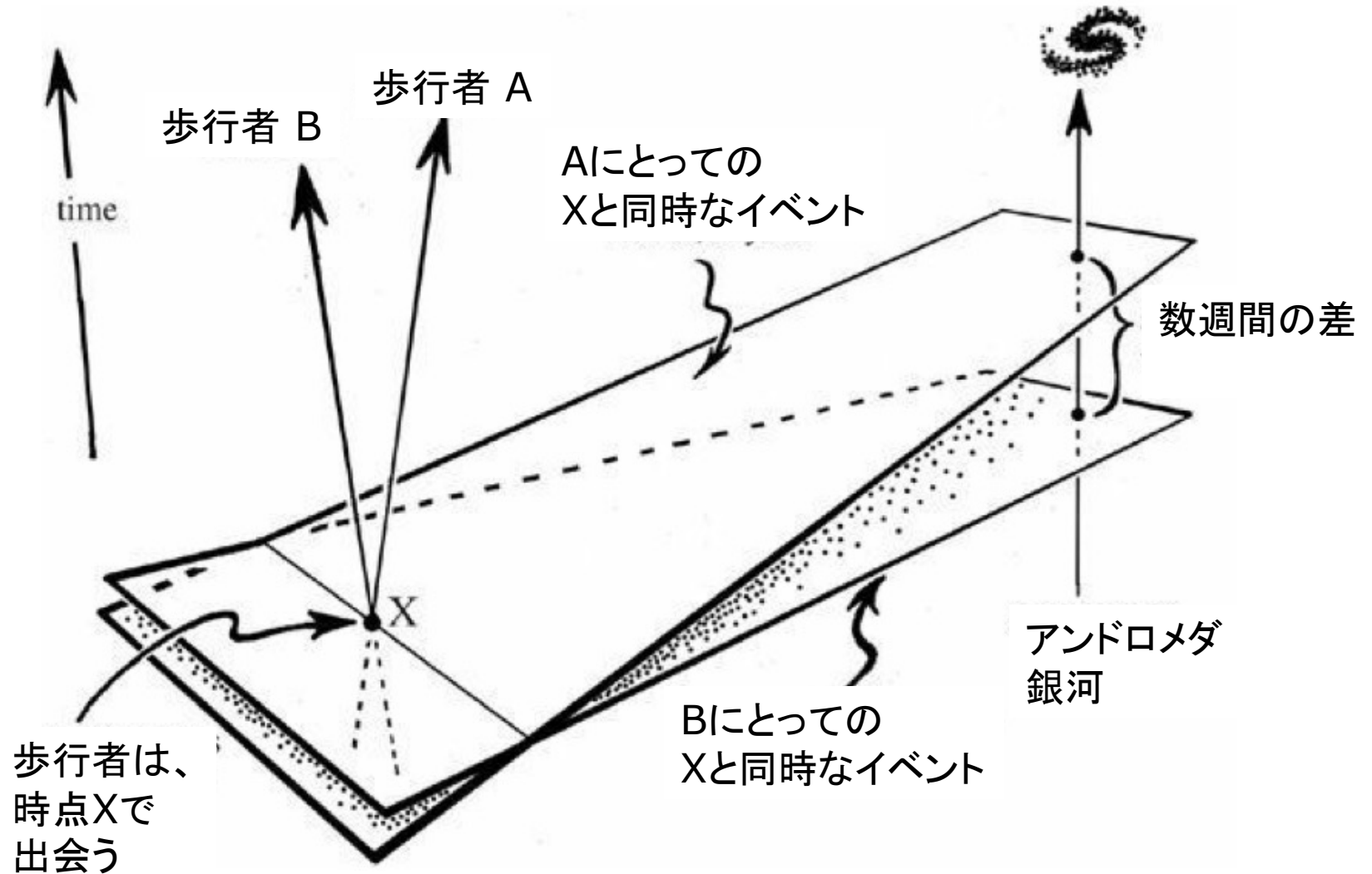
空間は、「同時刻の空間」
で、平行にスライスされて
いる。



ミンコフスキー以前の時空像

Penrose "Cycle of Time" <https://goo.gl/RBYi5T>

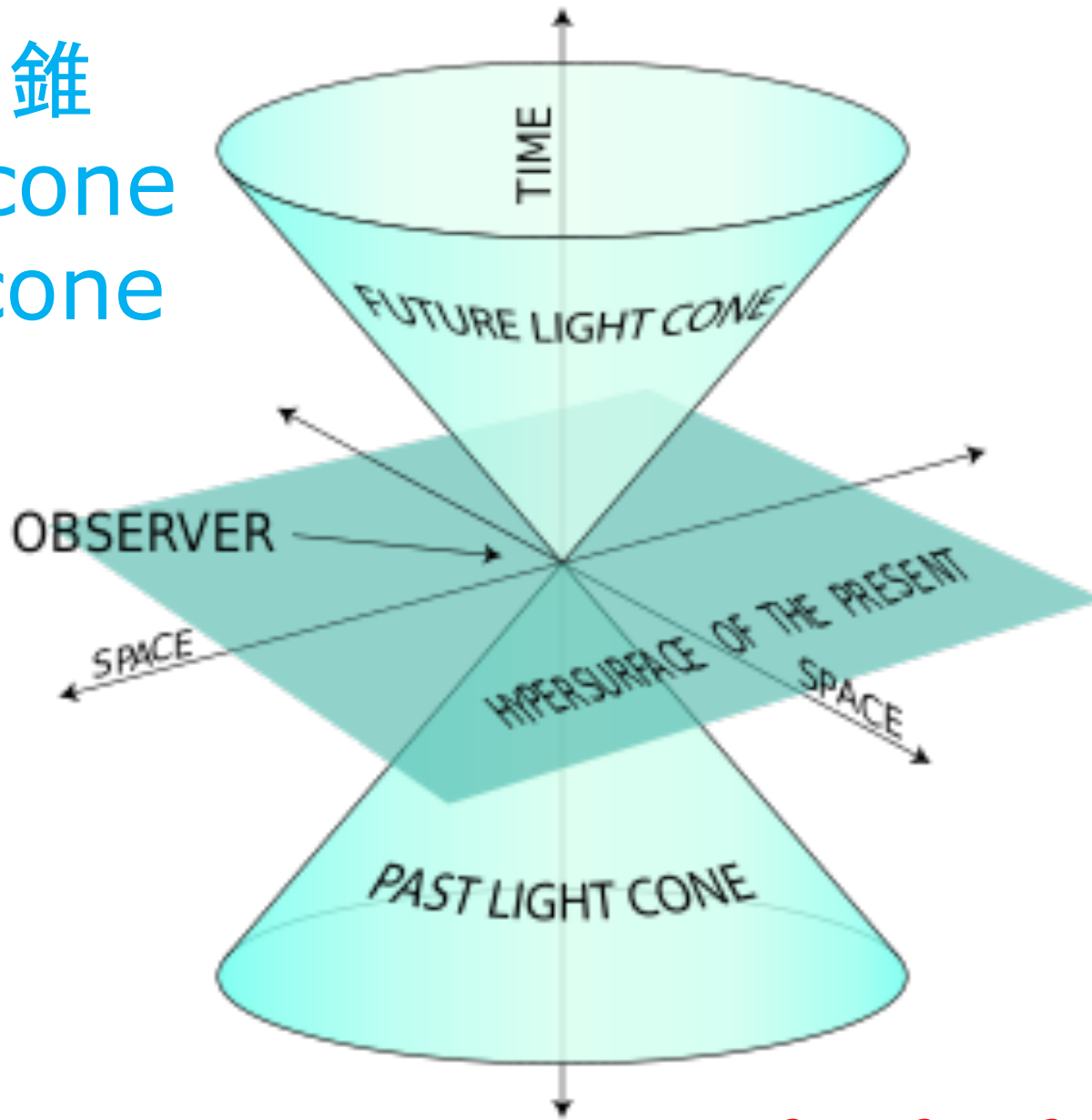
歩行者のスピードによって、「同時刻の空間」は、ことなる。



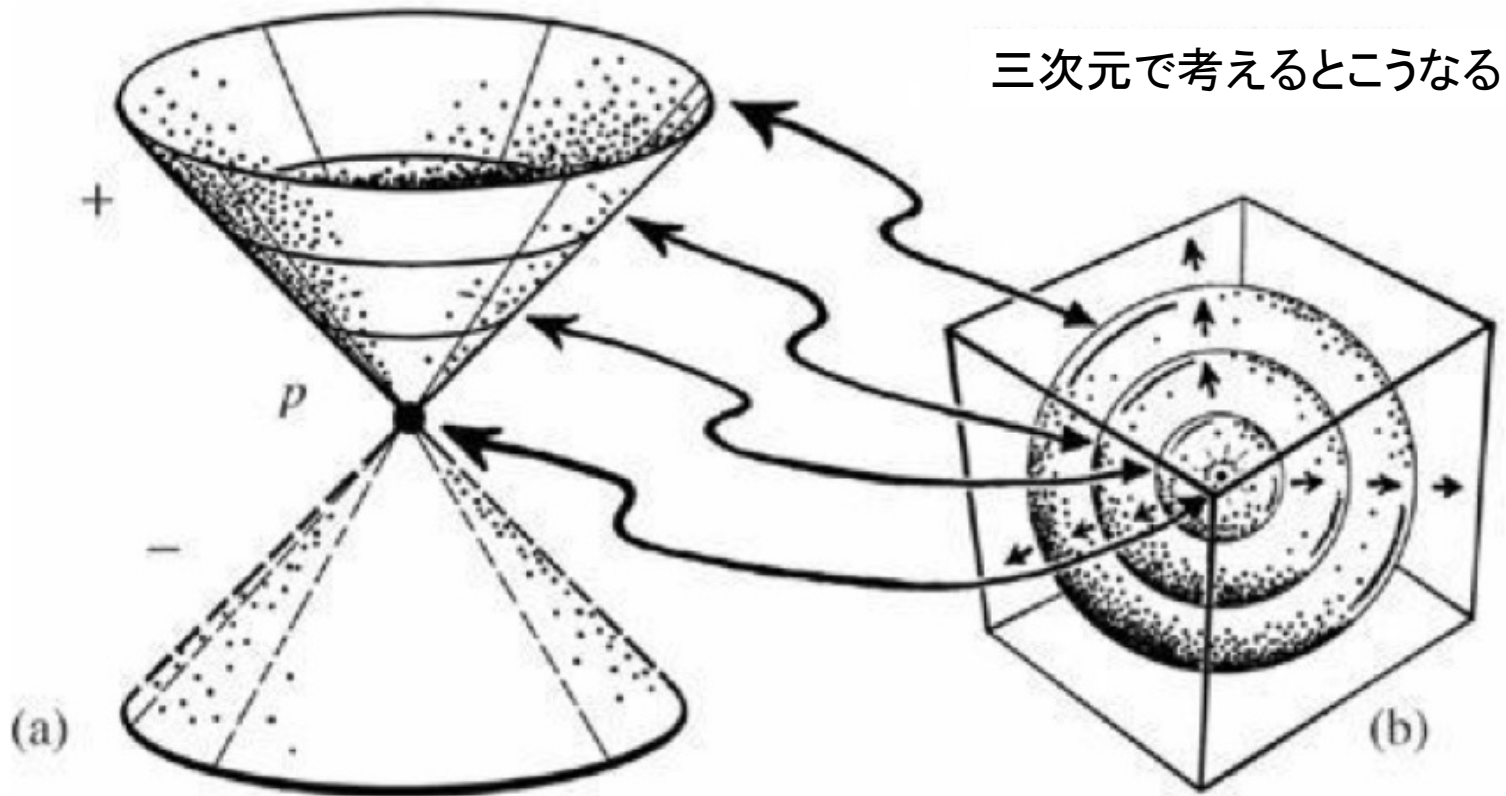
ミンコフスキー空間で二人の歩行者が出会う

Penrose "Cycle of Time" <https://goo.gl/RBYi5T>

光円錐
light cone
Null cone



$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 1$$



ミンコフスキー空間での光円錐 (Null cone)

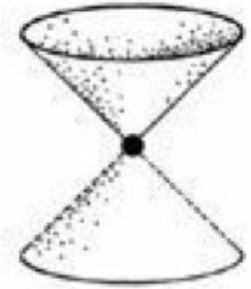
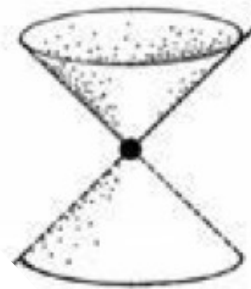
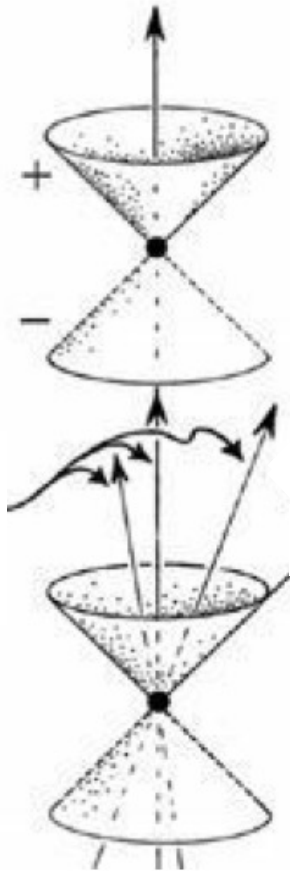
Penrose "Cycle of Time" <https://goo.gl/RBYi5T>

重力の作用のない時空と
重力の作用のある時空

重力の作用のない時空

質量のある粒子は、光円錐の内側を走る

質量のある
等速運動する
粒子



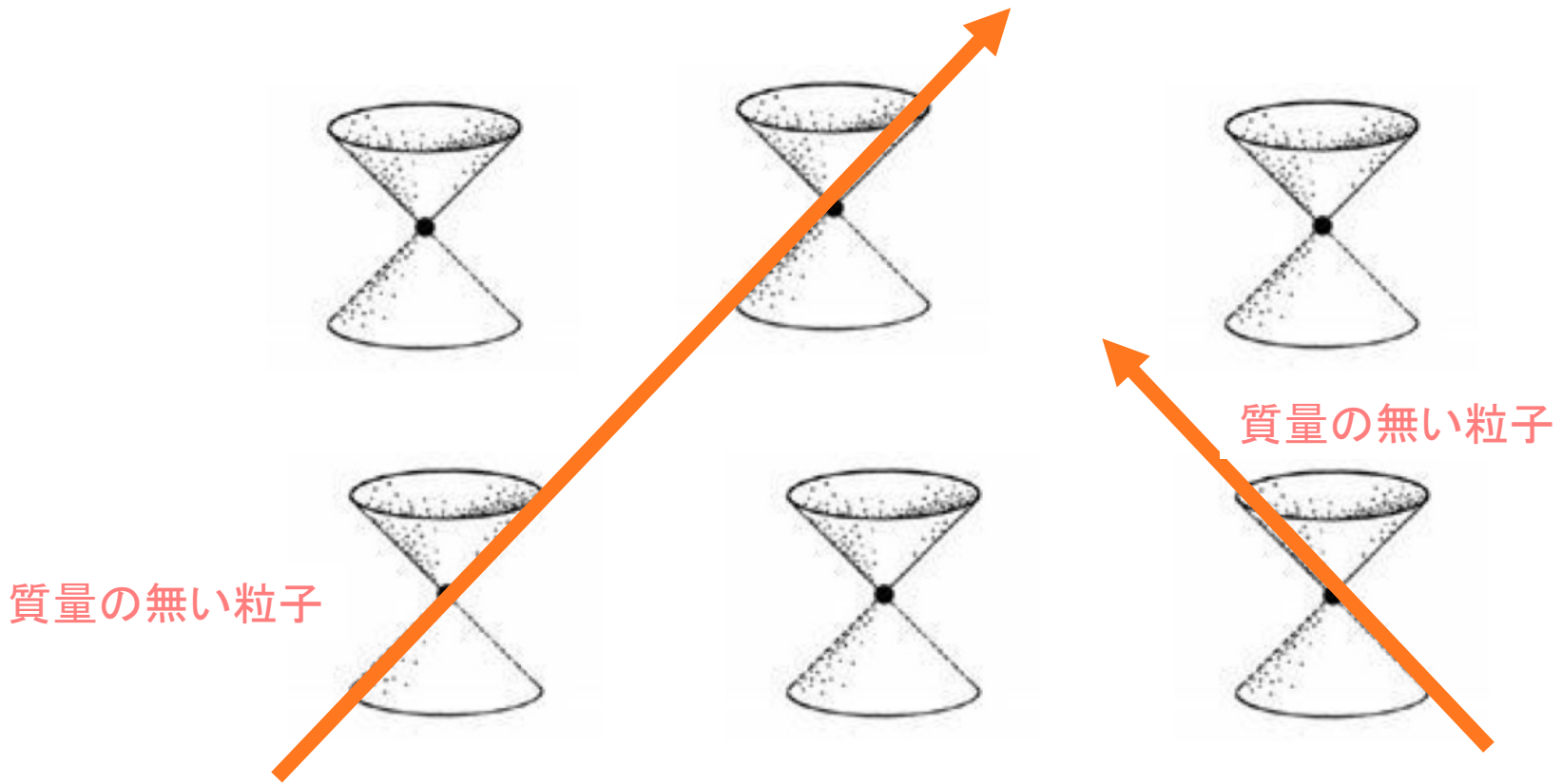
質量のある
加速運動する
粒子



特殊相対論: ミンコフスキー空間の各点に光円錐は一様に置かれている

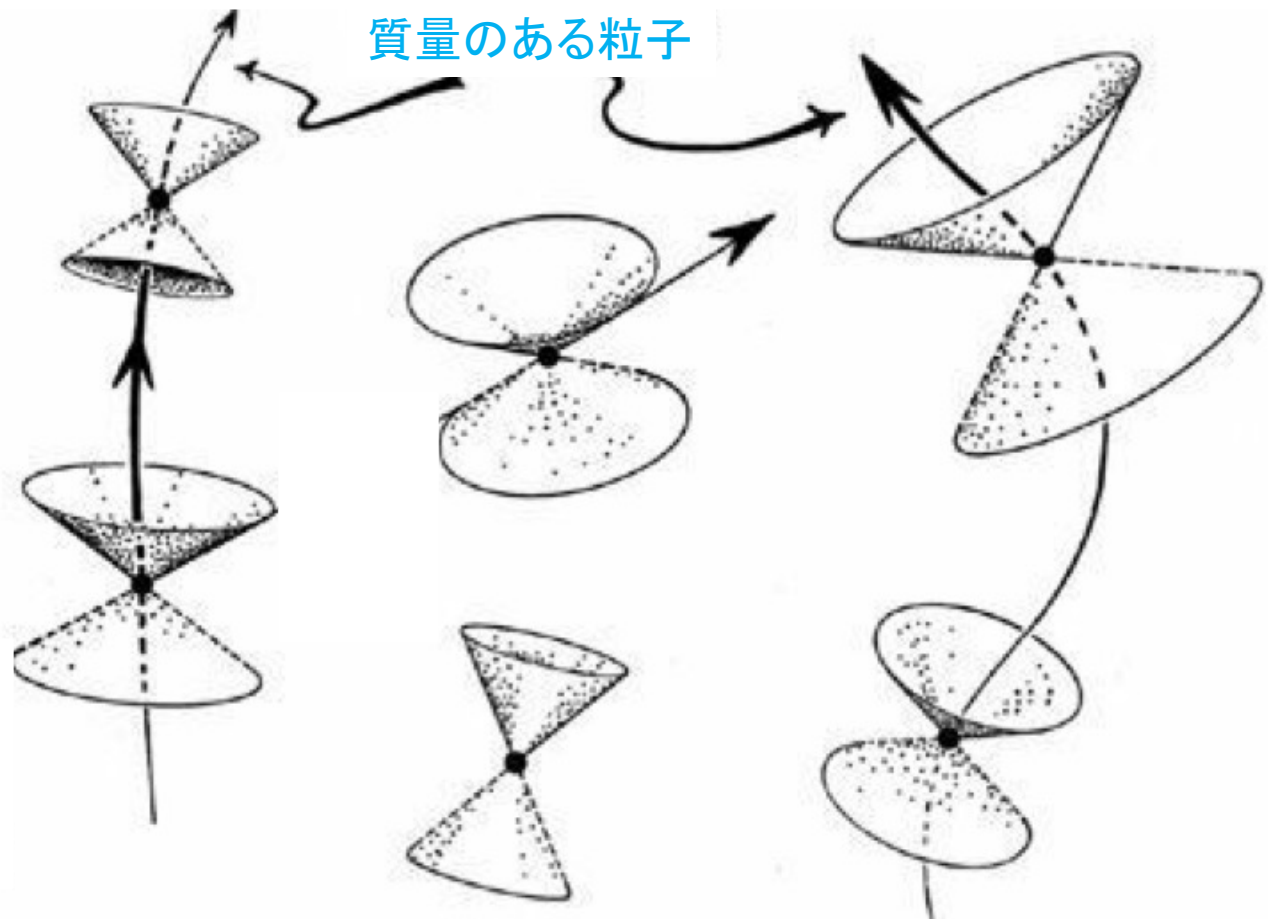
重力の作用のない時空

質量の無い粒子は、光円錐に沿って走る



特殊相対論: ミンコフスキー空間の各点に光円錐は一様に置かれている

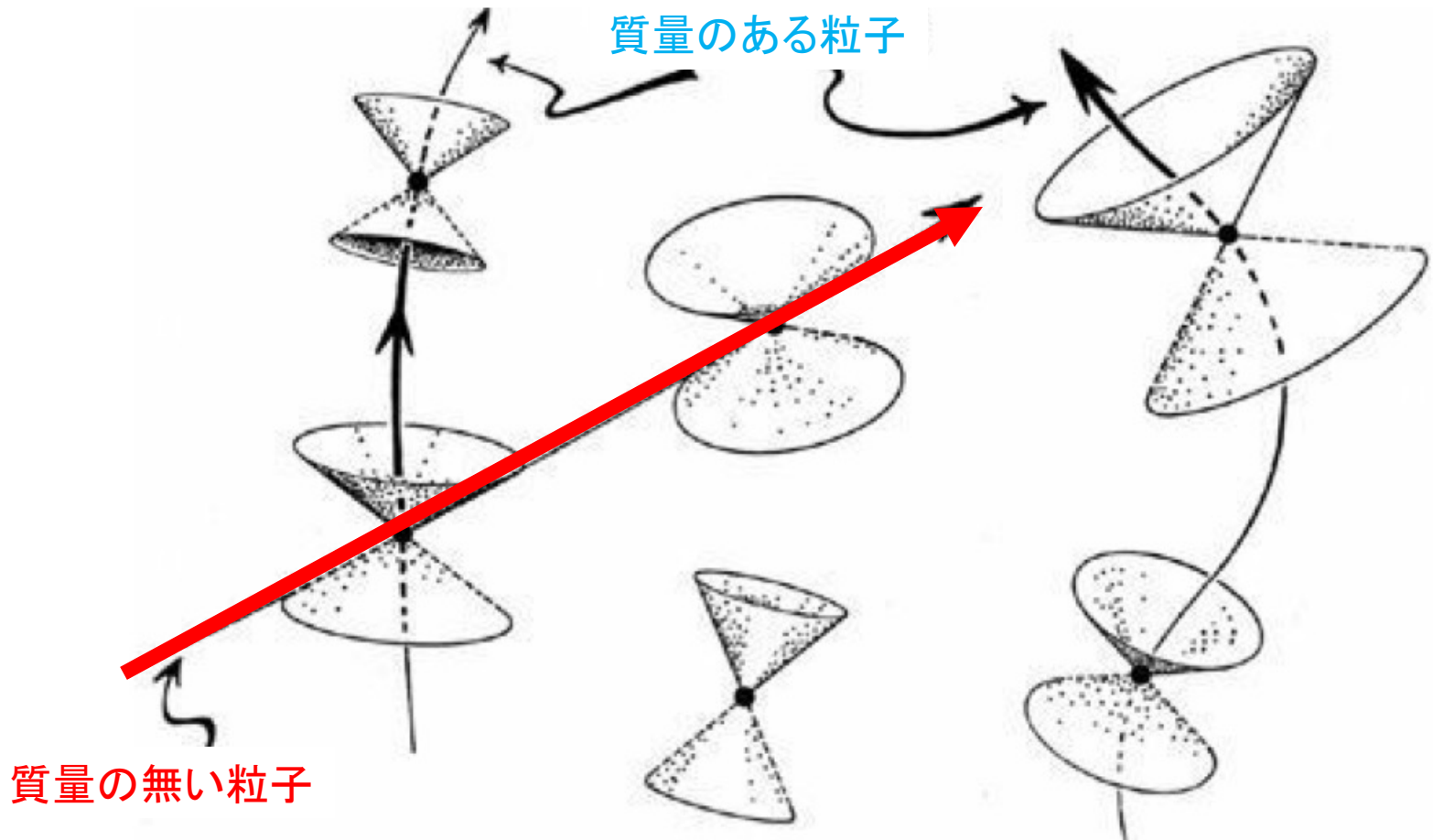
重力の作用のある時空 質量のある粒子は、光円錐の内側を走る



一般相対論: ミンコフスキー空間の各点に光円錐は**非一様**に置かれている

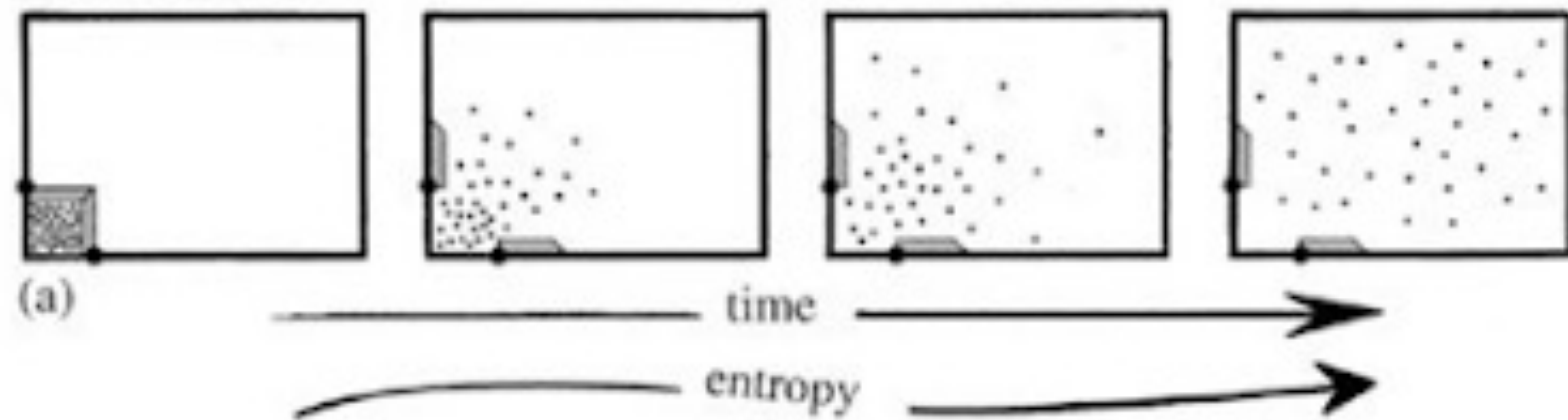
重力の作用のある時空

質量の無い粒子は、光円錐に沿って走る



一般相対論: ミンコフスキー空間の各点に光円錐は**非一様**に置かれている

先に見た、ガスが部屋に拡散するモデル
これで、エントロピー増大のイメージを持つことができる。



ところがだ。部屋ではなく、宇宙で考えよう。
宇宙に拡散しているガスは、重力で互いに集まり、凝縮して星になる。
最後には、ブラックホールができて、そこにすべて飲み込まれる。



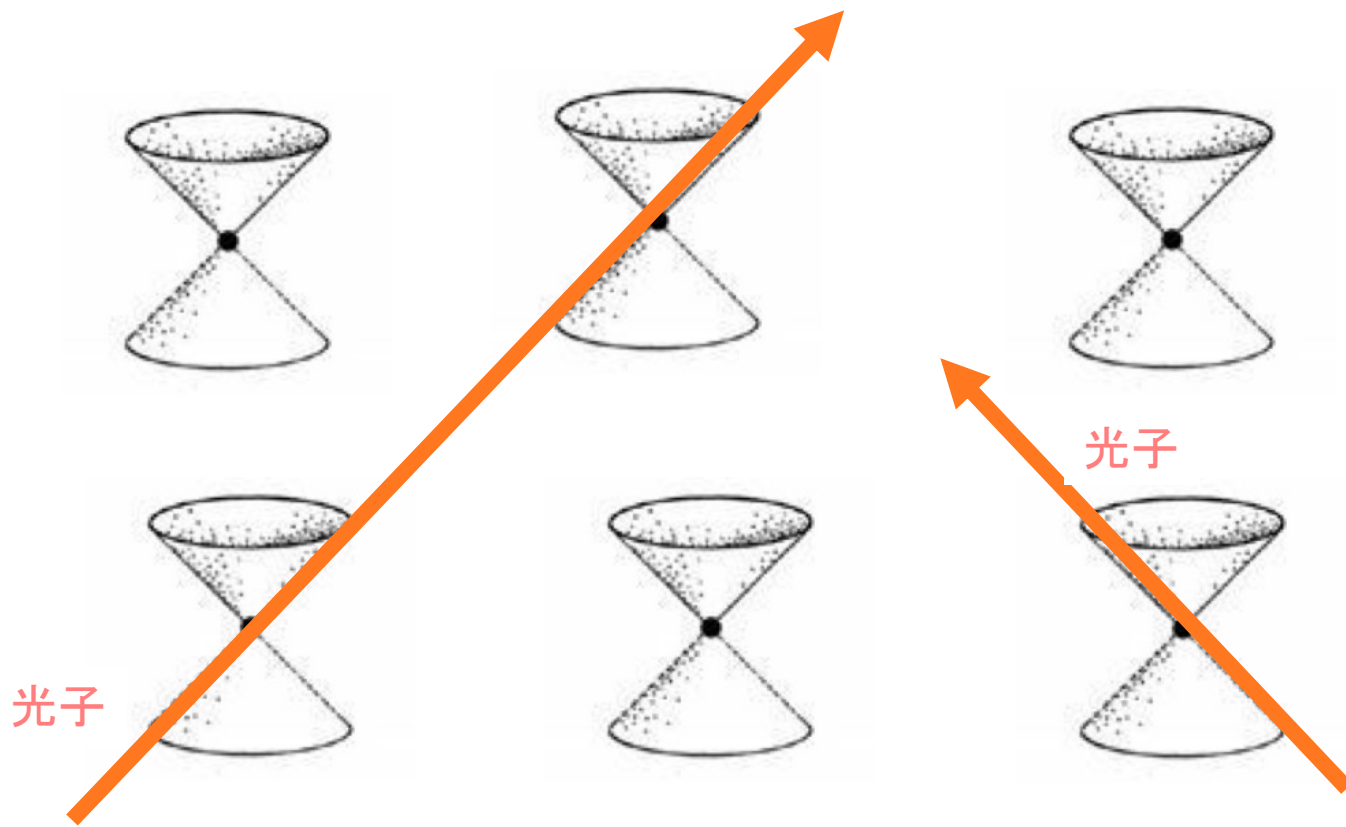
ブラックホールを考えると、最初のエントロピー増大のイメージは、
維持できなくなる。

Roger Penrose "Cycle of Time"

光子から見た
宇宙の始まりと宇宙の遠い未来

宇宙の始まり

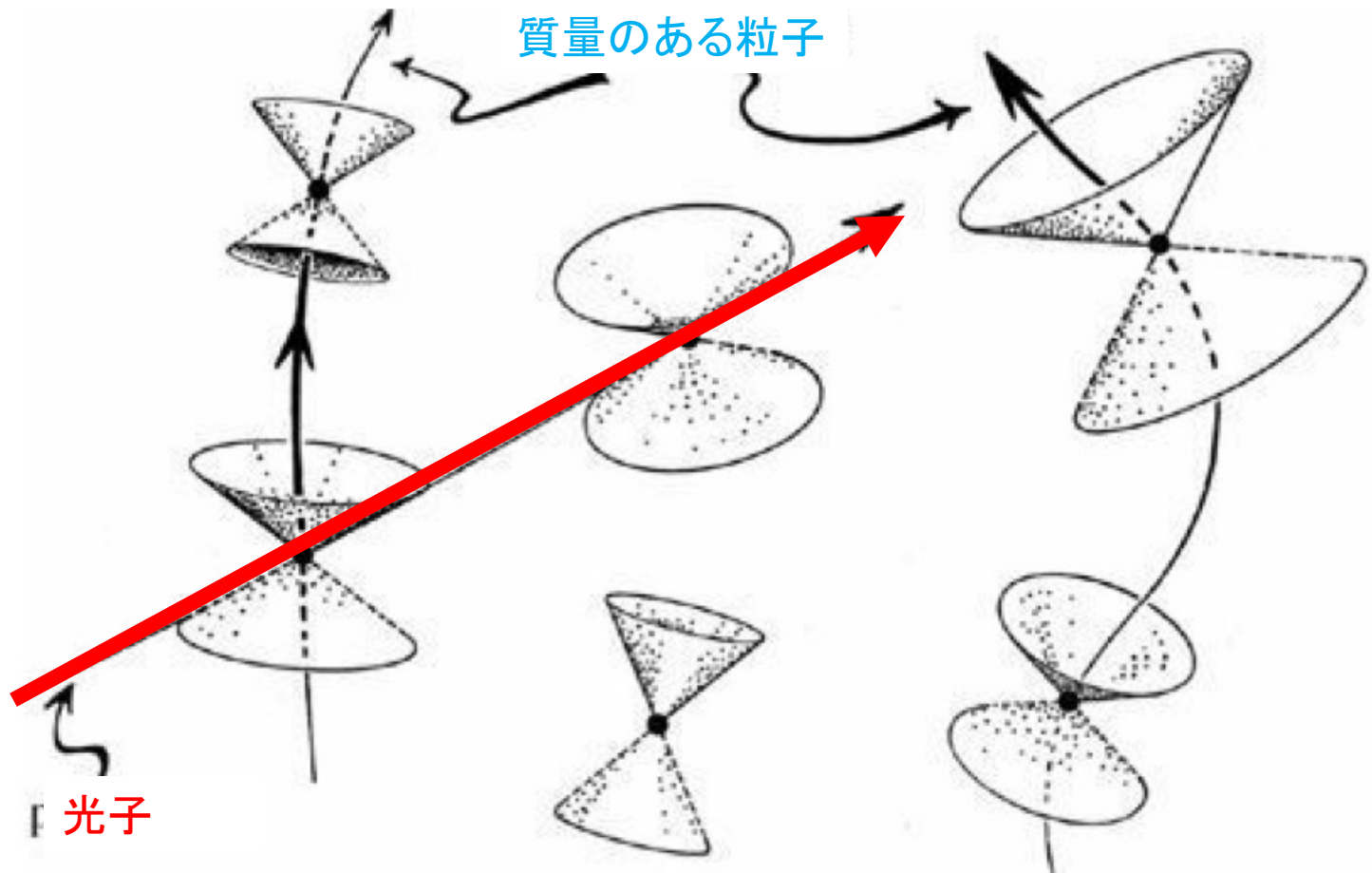
光子は、光円錐に沿って走る



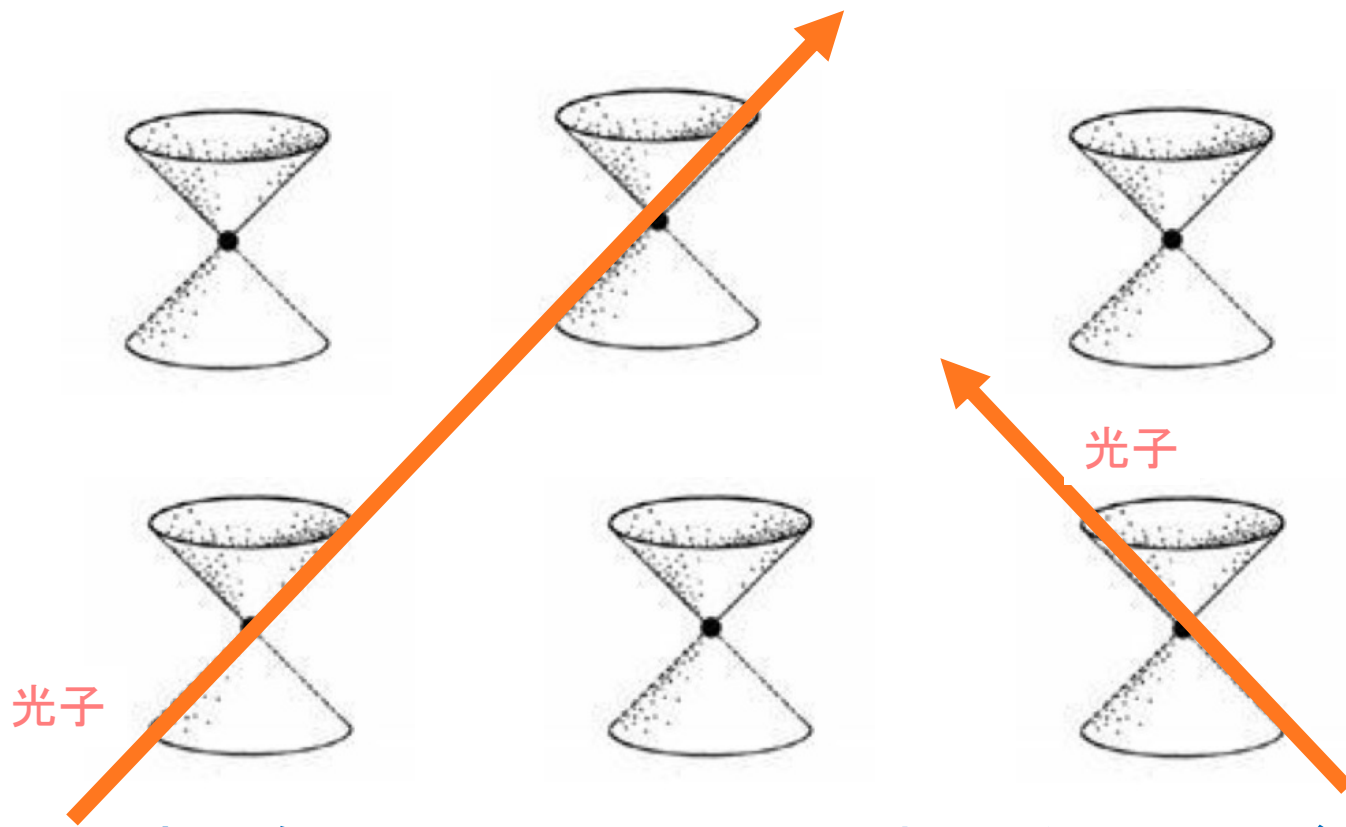
宇宙の始まりには、質量のある粒子は存在していない

現在の宇宙

光子は、光円錐に沿って走る



宇宙の遠い未来 光子は、光円錐に沿って走る



ある条件 (Weylテンソルの消失) を満たせば、
null-coneは、一様に配置される。








第四部

永遠と一瞬、無限と有限

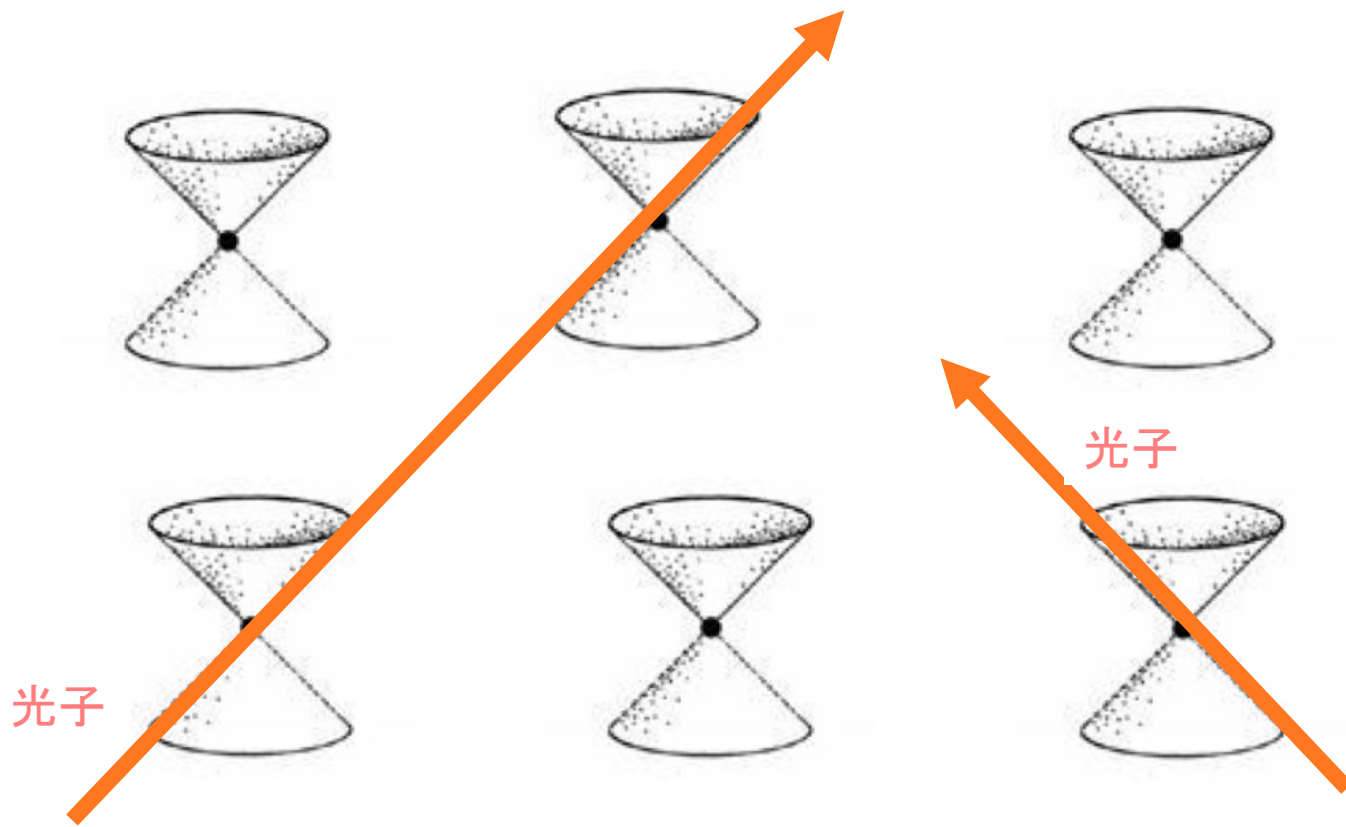
A deep field image of the universe, showing a vast field of galaxies. The galaxies are scattered across the frame, appearing in various colors including blue, red, orange, and purple. Some are bright and clear, while others are faint and distant. The background is a deep black, punctuated by the light of these celestial bodies.

ペンローズの宇宙論

Conformal Structure

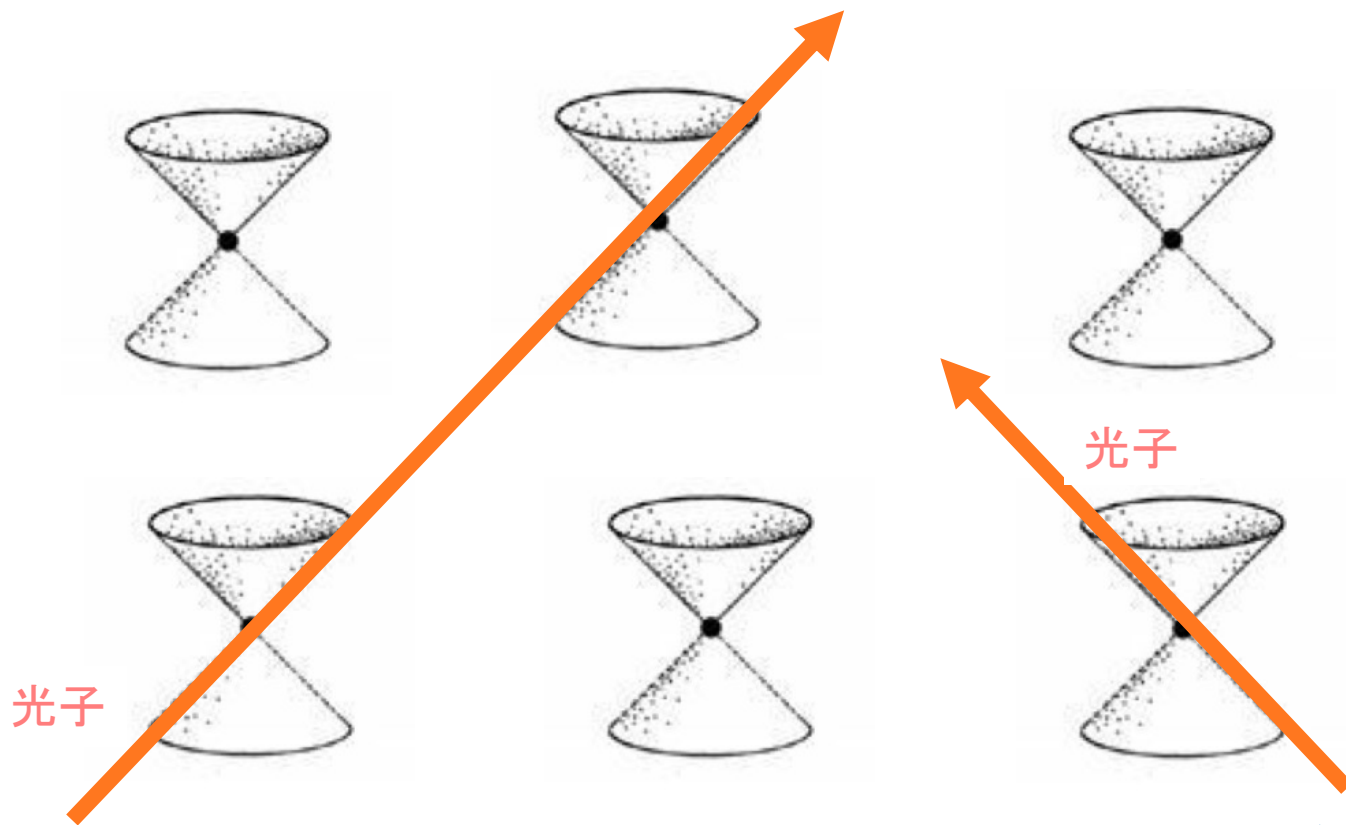
宇宙の始まり

光子は、光円錐に沿って走る



宇宙の始まりには、質量のある粒子は存在していない

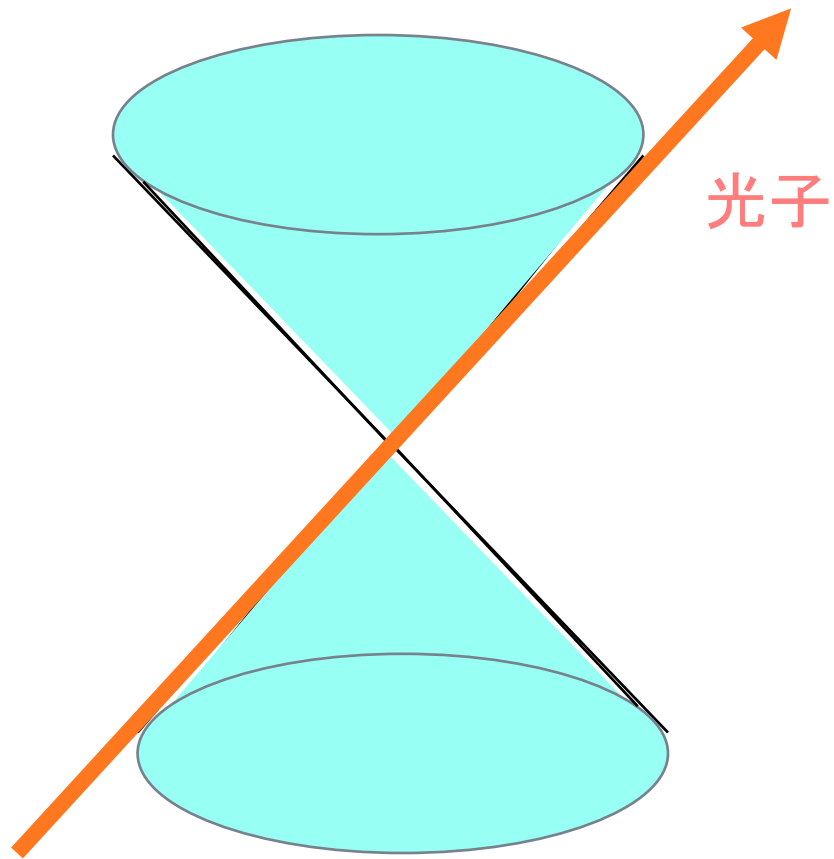
宇宙の遠い未来 光子は、光円錐に沿って走る



ある条件 (Weylテンソルの消失) を満たせば、
null-coneは、一様に配置される。

Conformal Structure

Null-coneそのもの

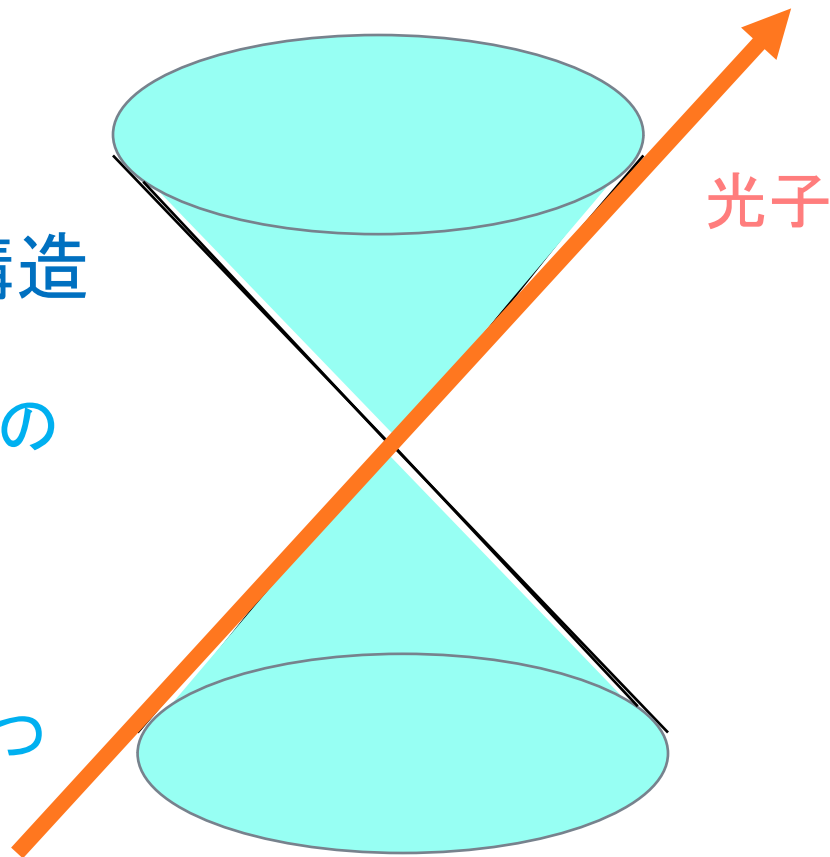


Conformal Structure Null-coneそのもの

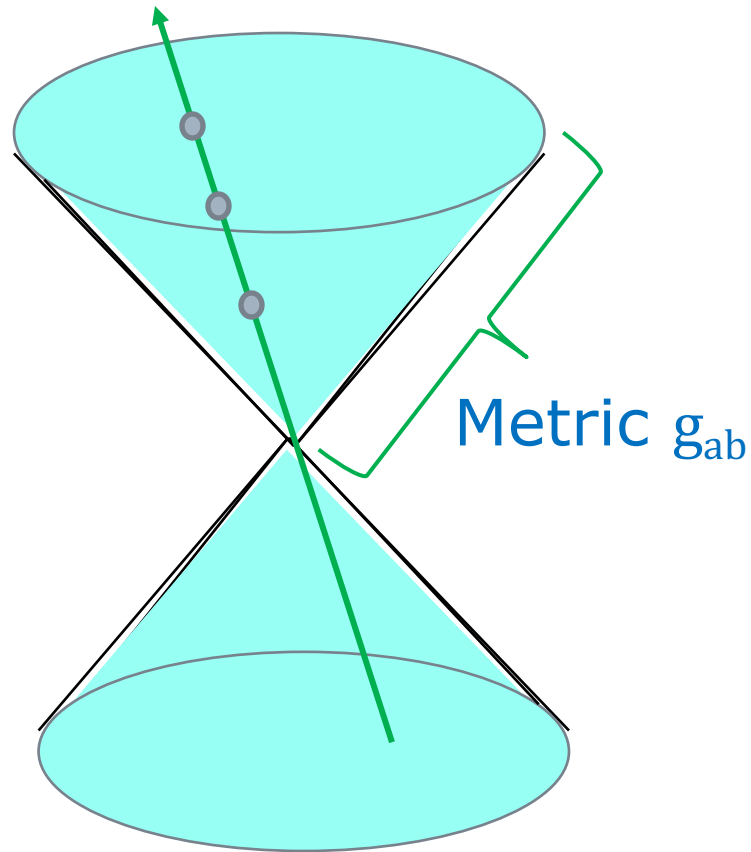
Conformal 構造

質量のない粒子の
たどる道

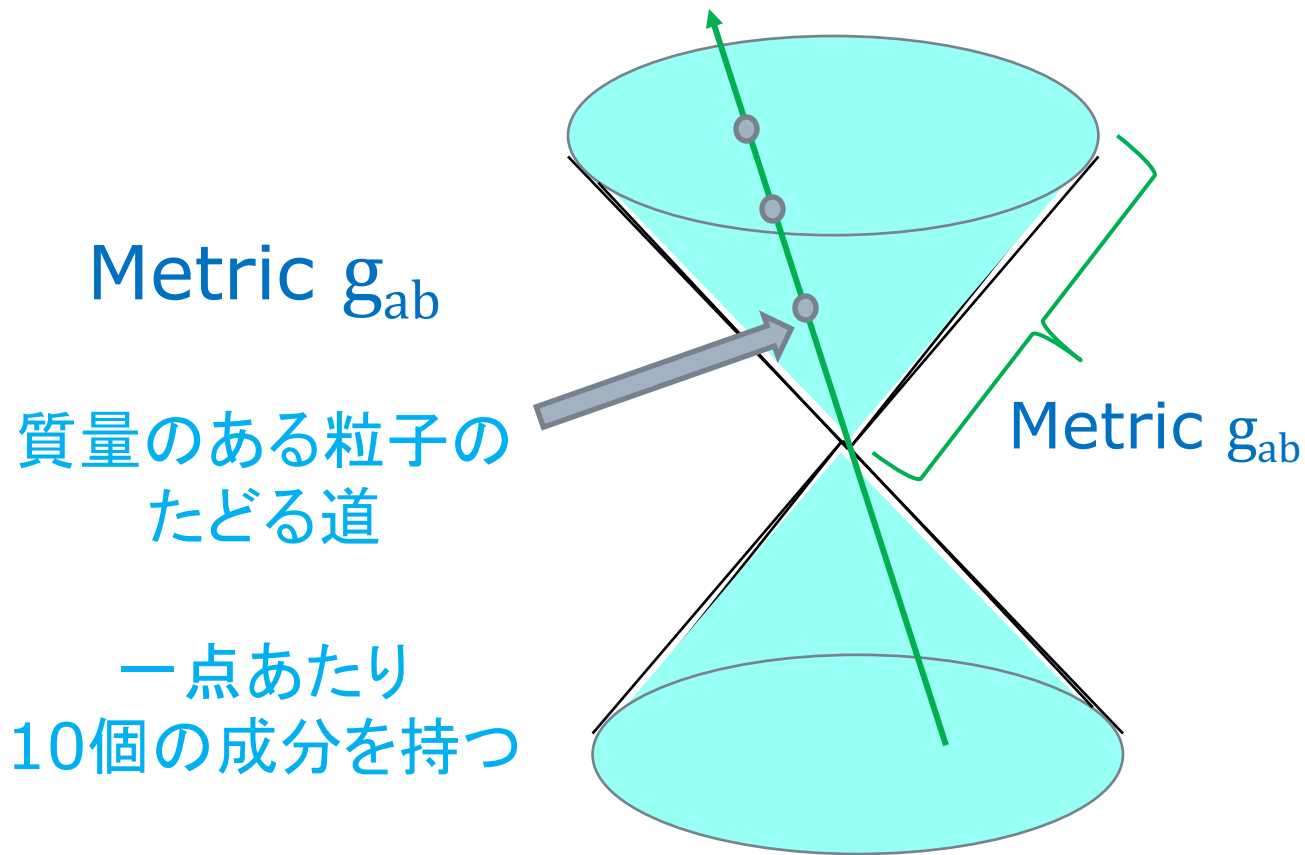
一点あたり
9個の成分を持つ



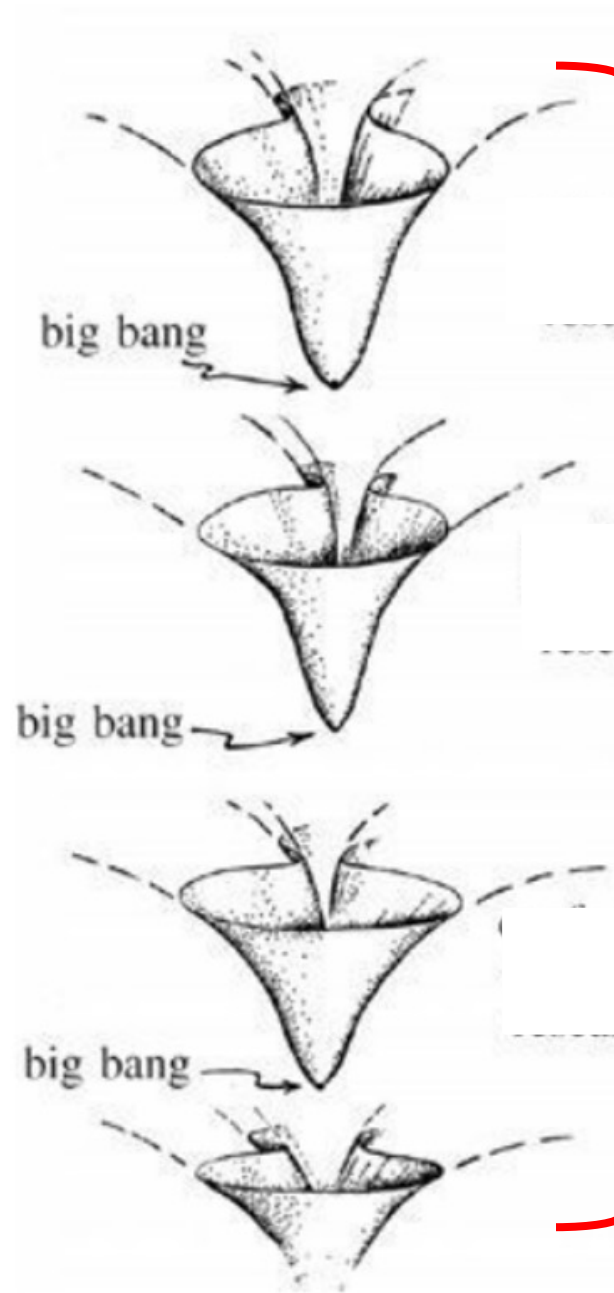
Metric g_{ab} Null-coneの内側の構造



Metric g_{ab} Null-coneの内側の構造

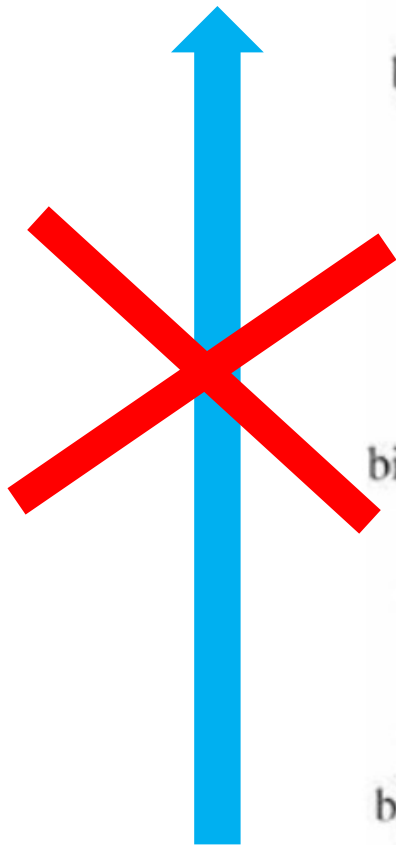


ペンローズの宇宙論
Conformal Cyclic Cosmology

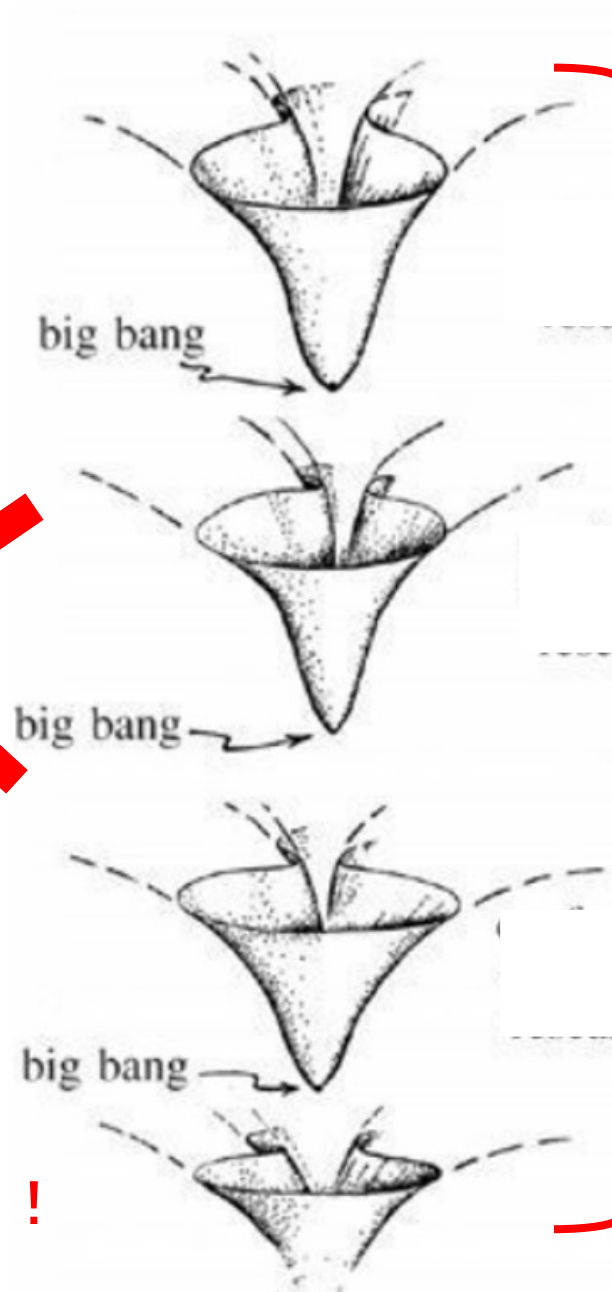


Aeon

宇宙が、いくつもの
Aeonの繰り返し
だと考えてみよう



つながらない！

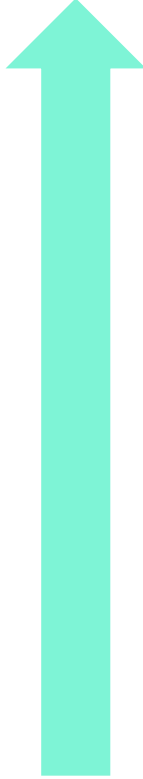


Aeon

宇宙が、いくつもの
Aeonの繰り返し
だと考えてみよう
ただ、
それはうまくいかない

宇宙の遠い未来

“無限大”



“永遠”



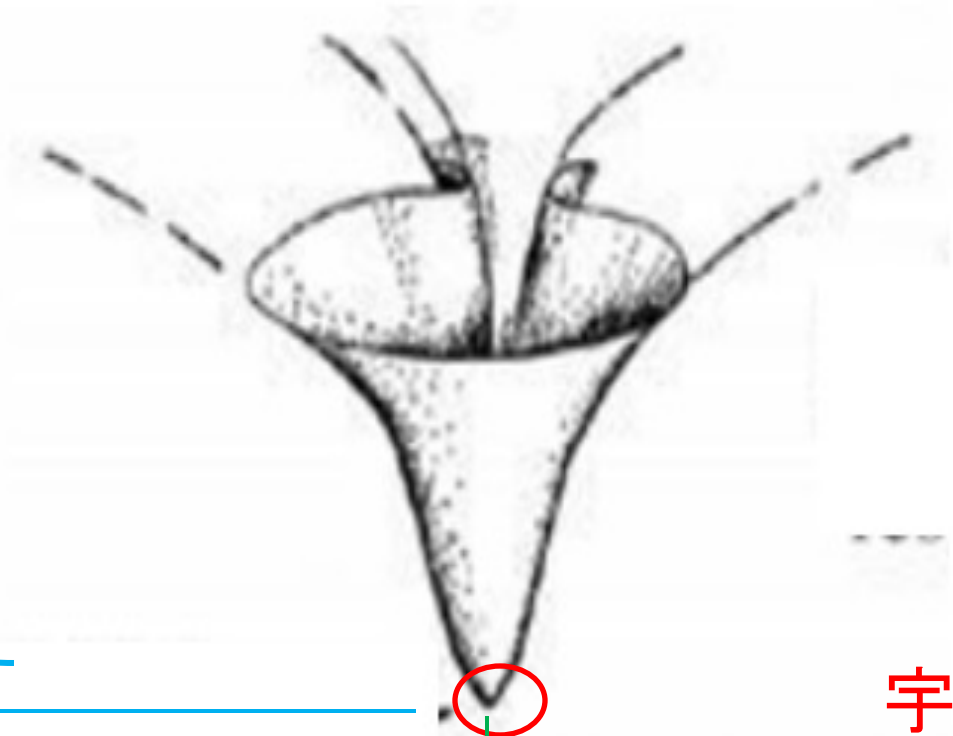
一瞬



宇宙の始まり



“無限小”

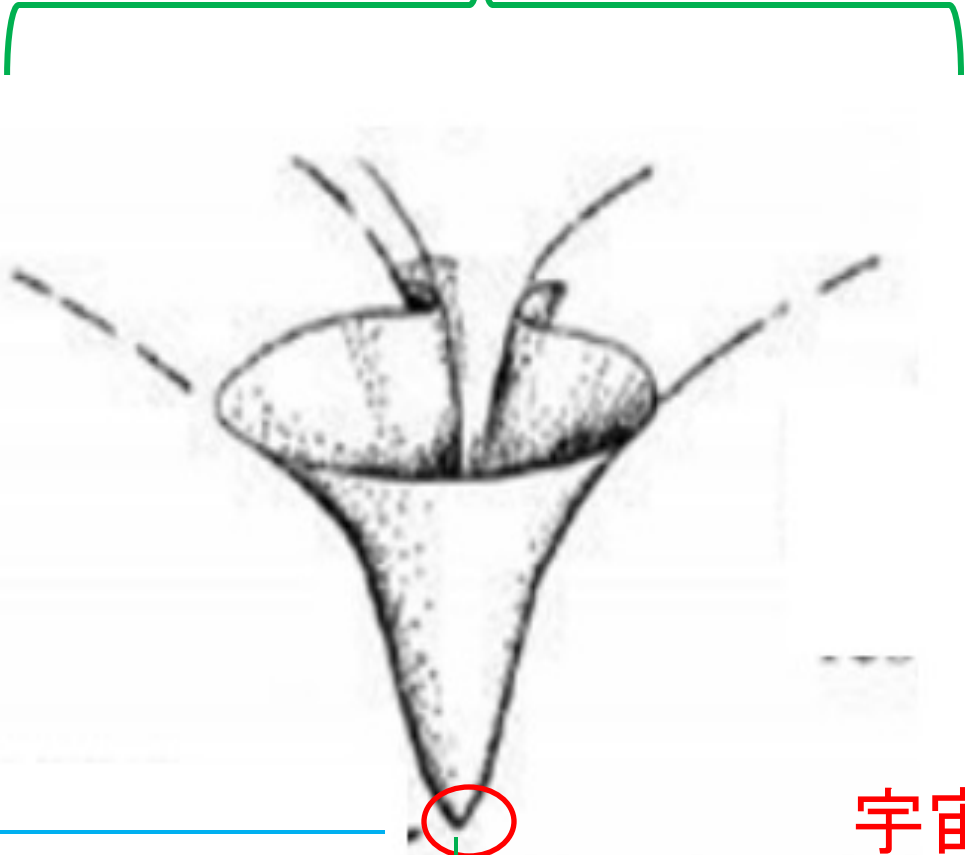


宇宙の遠い未来

“無限大”



宇宙の始まり



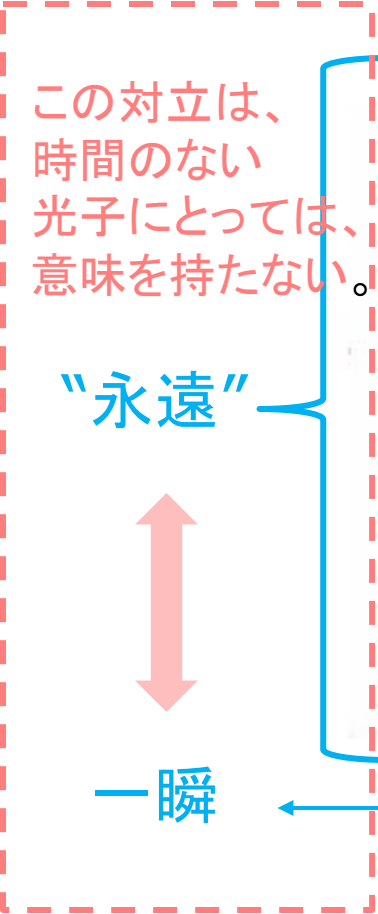
“無限小”

この対立は、
時間のない
光子にとっては、
意味を持たない。

“永遠”

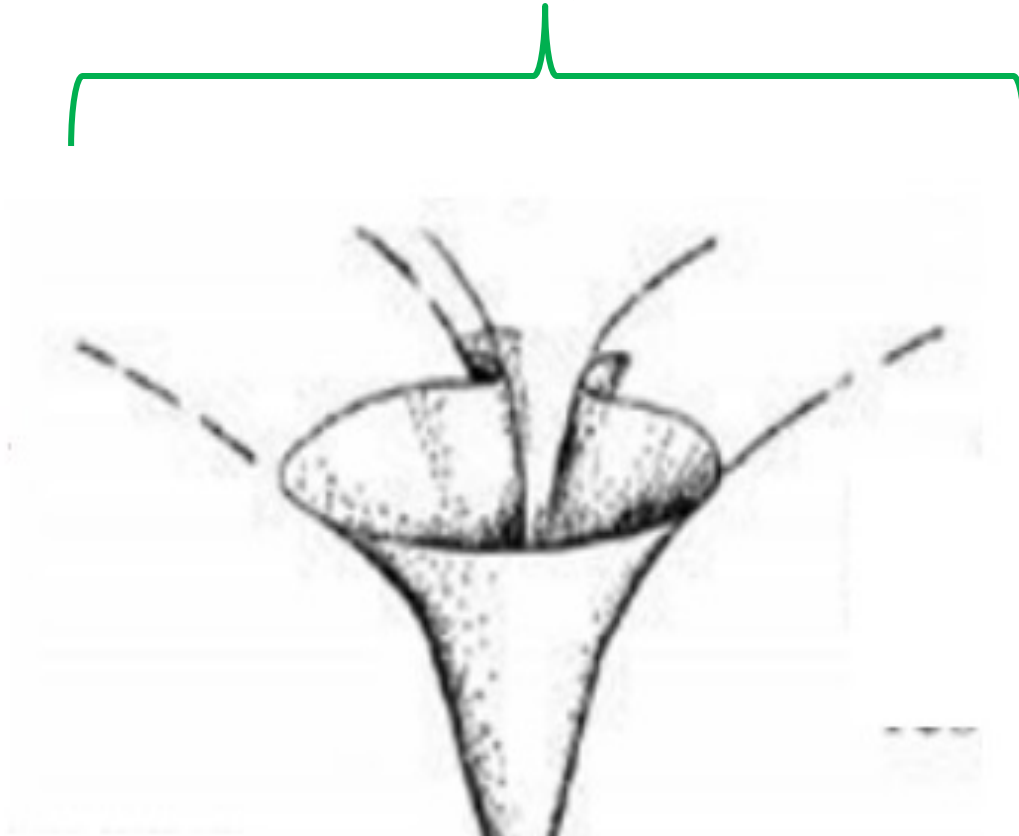


一瞬



宇宙の遠い未来

“無限大”

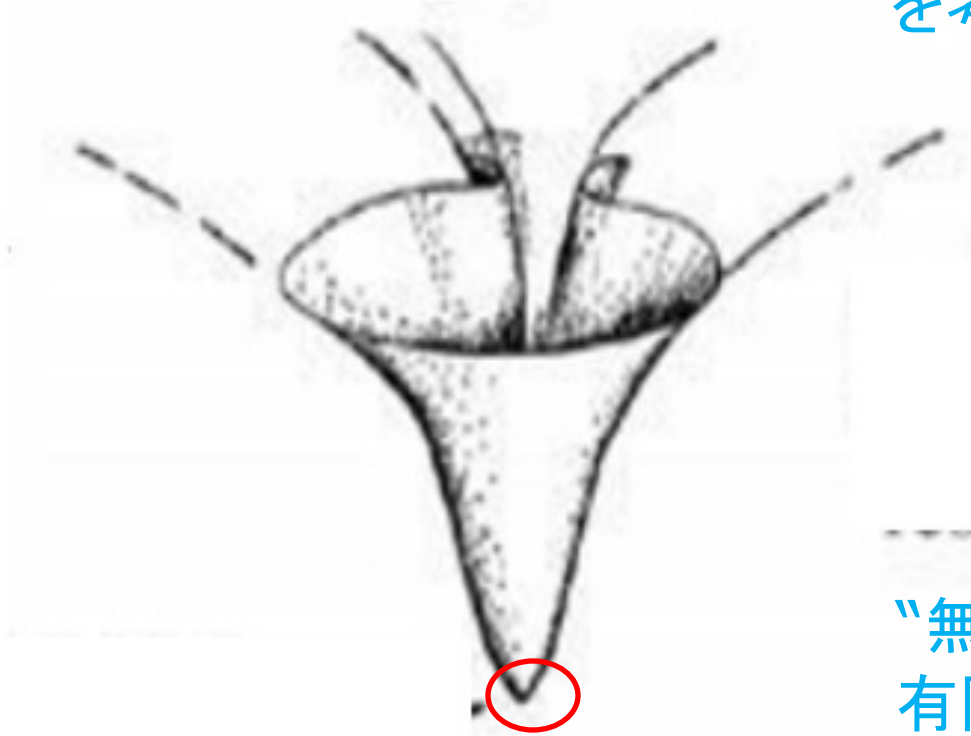


宇宙の始まり

“無限小”

“無限大”

“無限大”のものを
有限のものに圧縮
するスケール変換
を考える

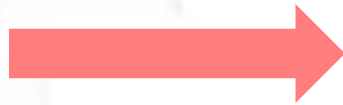


“無限小”

“無限小”のものを
有限のものに拡張
するスケール変換
を考える



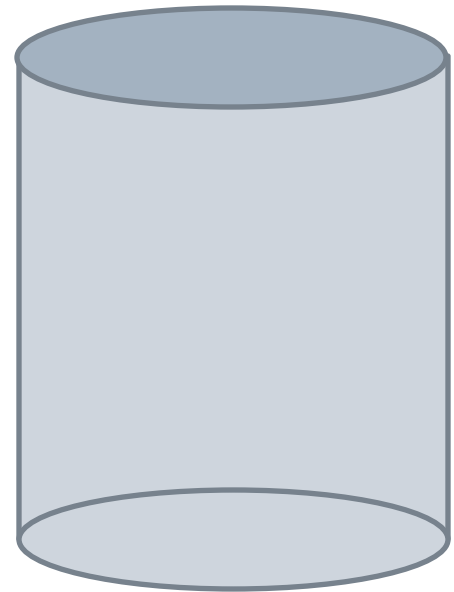
無限-圧縮

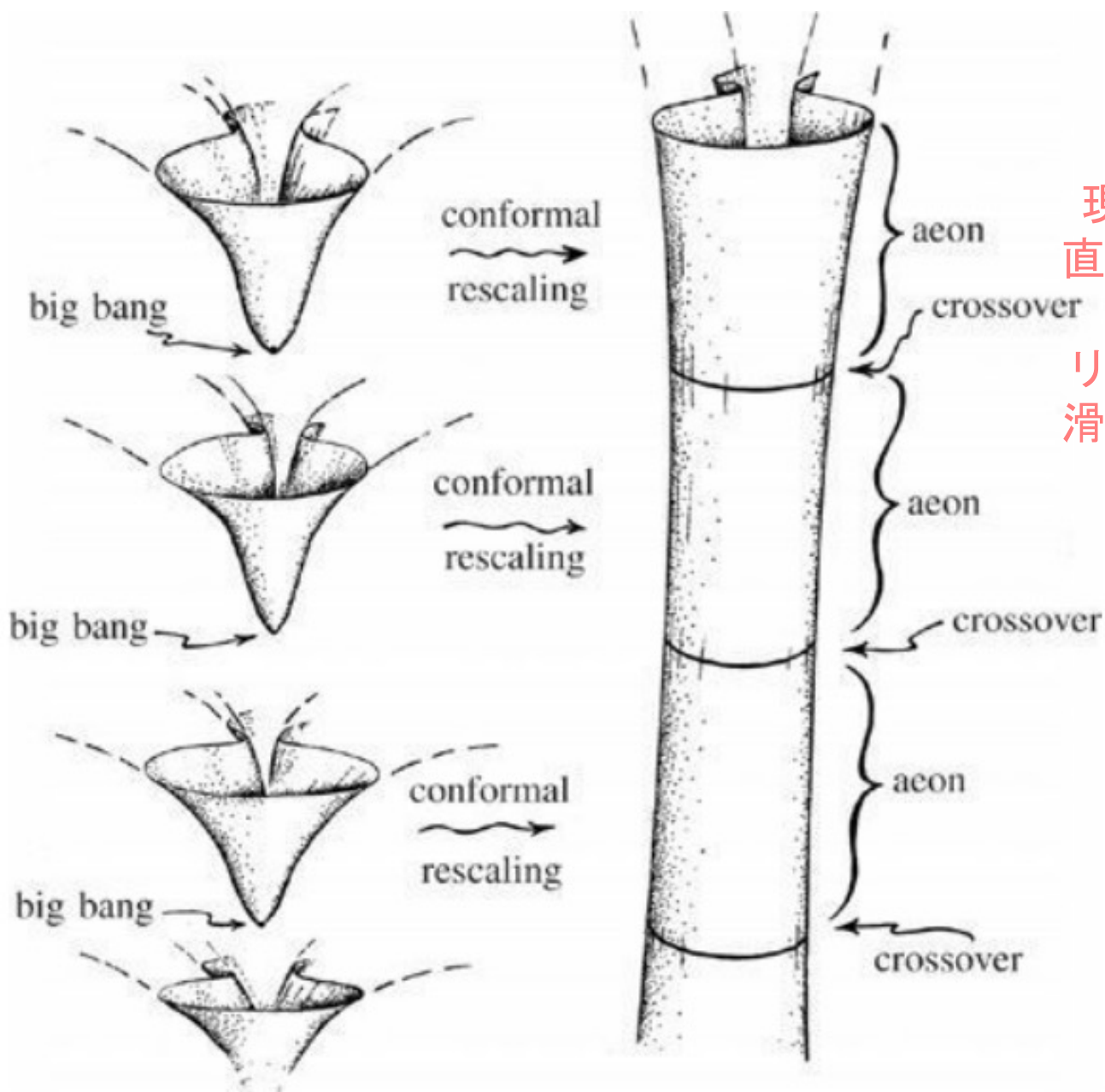


Conformalな
スケール変換
が存在する



無限-拡張






現在の宇宙のaeonと直前の宇宙のaeonは、conformalなリスケーリングの元で、滑らかにつながっている

Roger Penrose

Conformal
Cyclic
Cosmology

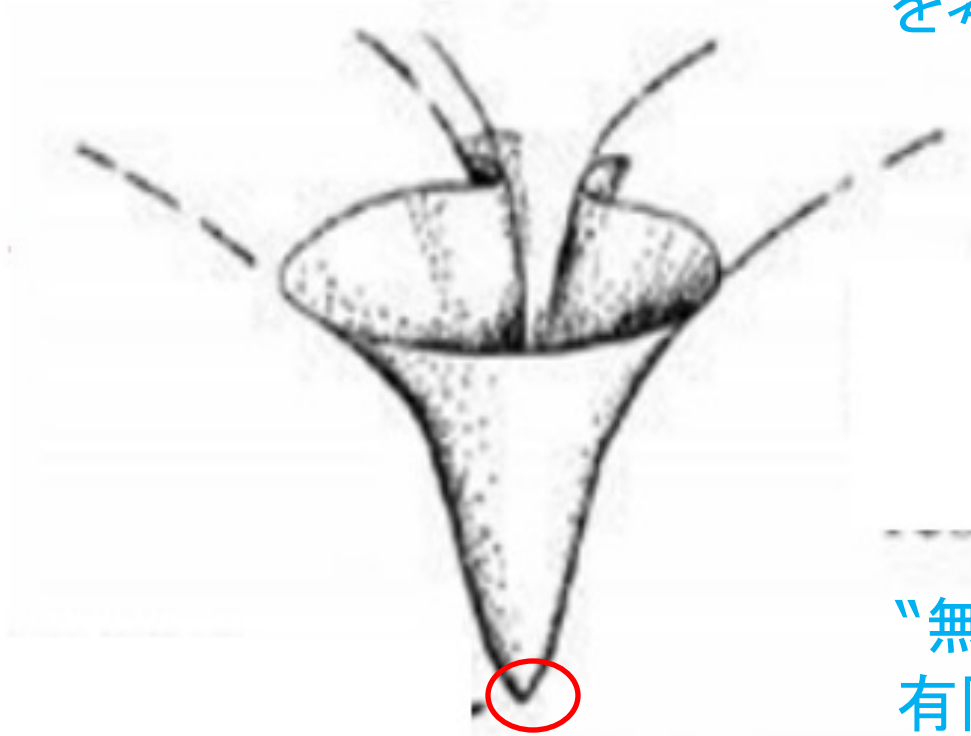
A field of galaxies in various colors and orientations, illustrating scale transformation. The galaxies are scattered across a dark background, with some appearing as bright, distinct shapes and others as faint, elongated streaks. The colors range from blue and purple to red and orange, suggesting different stages of galaxy evolution or different types of galaxies. The overall appearance is that of a vast, multi-colored galaxy population.

イメージで見る「スケール変換」

ペンローズの宇宙論と 「スケール変換」

“無限大”

“無限大”のものを
有限のものに圧縮
するスケール変換
を考える

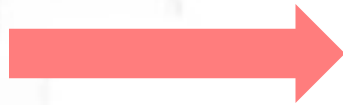


“無限小”

“無限小”のものを
有限のものに拡張
するスケール変換
を考える



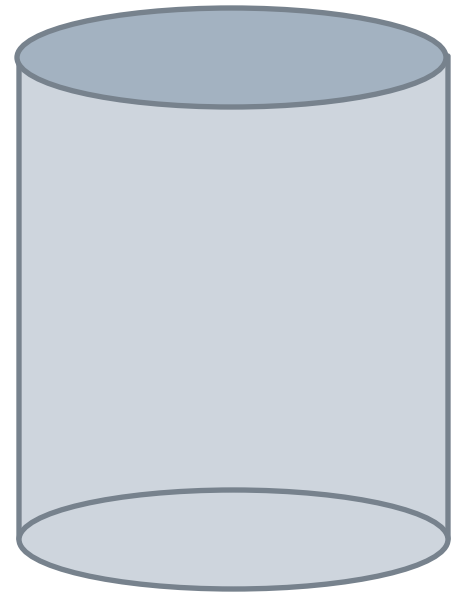
無限-圧縮

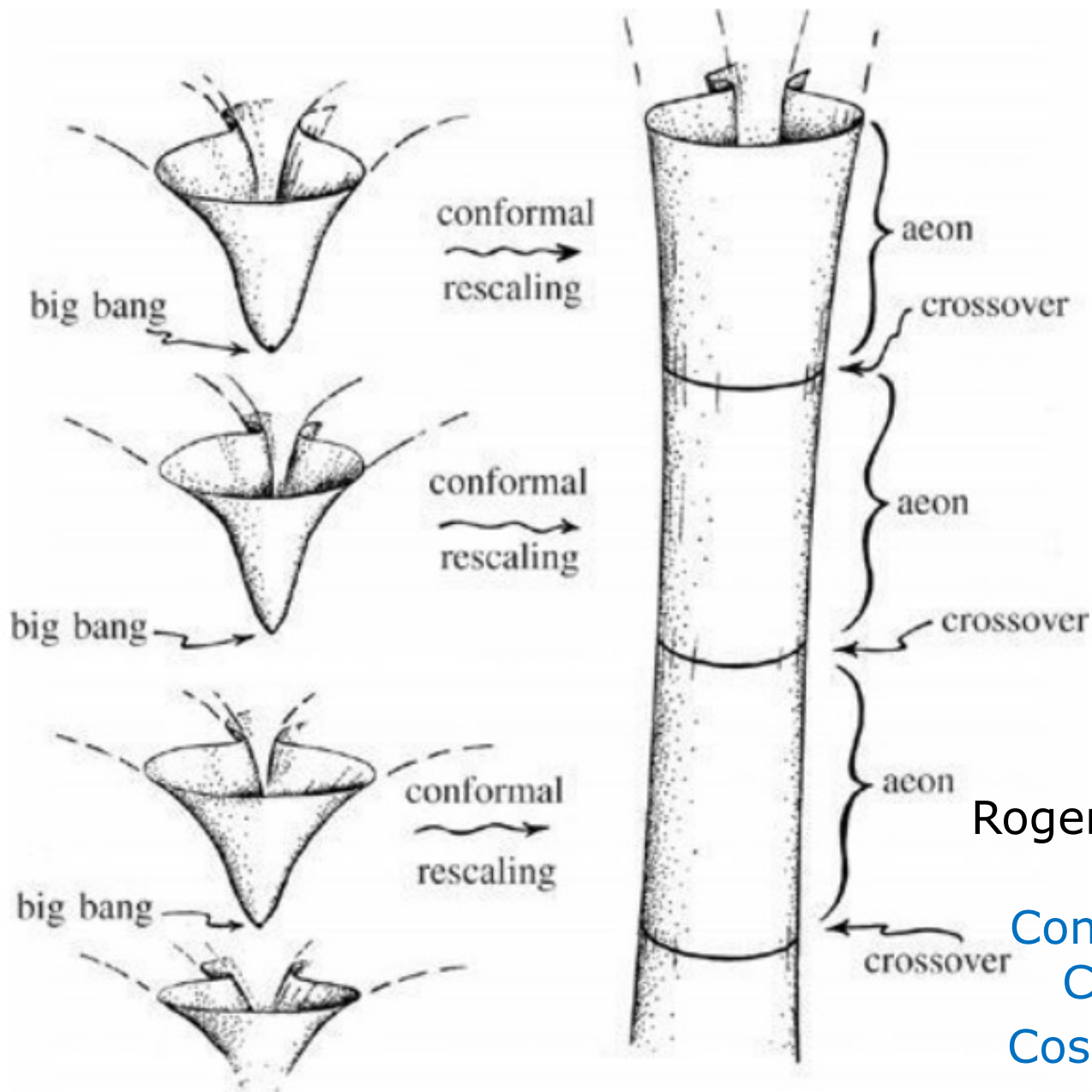


Conformalな
スケール変換
が存在する



無限-拡張





Roger Penrose

Conformal
Cyclic
Cosmology

ペンローズの解

ペンローズは、CCCについて述べた“Cycles of Time”の中で、無限大を有限なものに圧縮し、無限小を有限なものに拡張する Conformal なリスケージングと、旧宇宙から新宇宙へのクロスオーバーの時に、何が起きるかについて、詳しく述べている。

- Appendix A: Conformal rescaling, 2-spinors, Maxwell and Einstein theory
- Appendix B: Equations at crossover

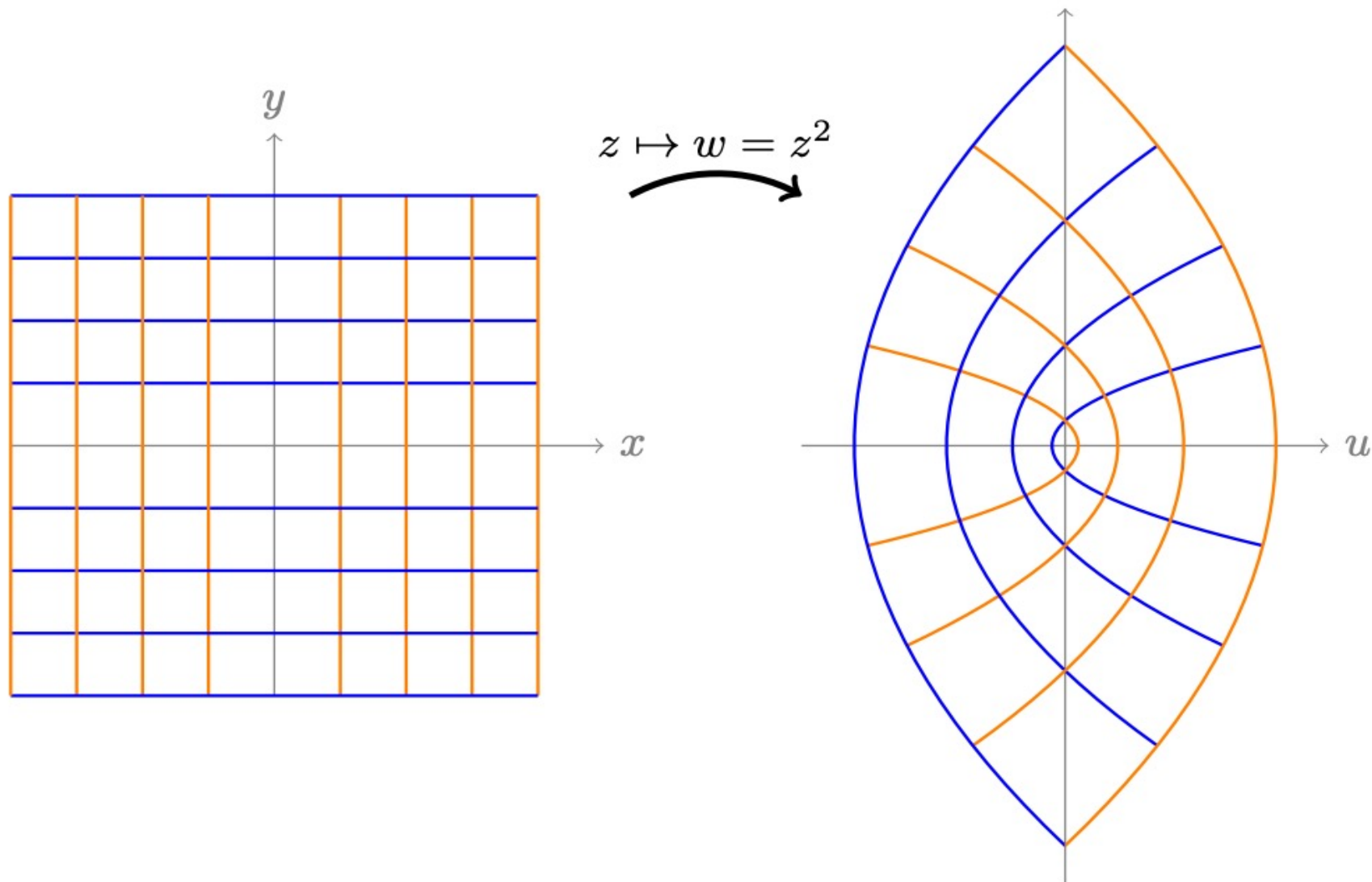
ただ、これらのAppendixは、少し難しい。

簡単なConformal Mapの例

次のテキストから図を借用した

<https://math.mit.edu/~jorloff/18.04/notes/topic10.pdf>

変換 $z \mapsto z^2$



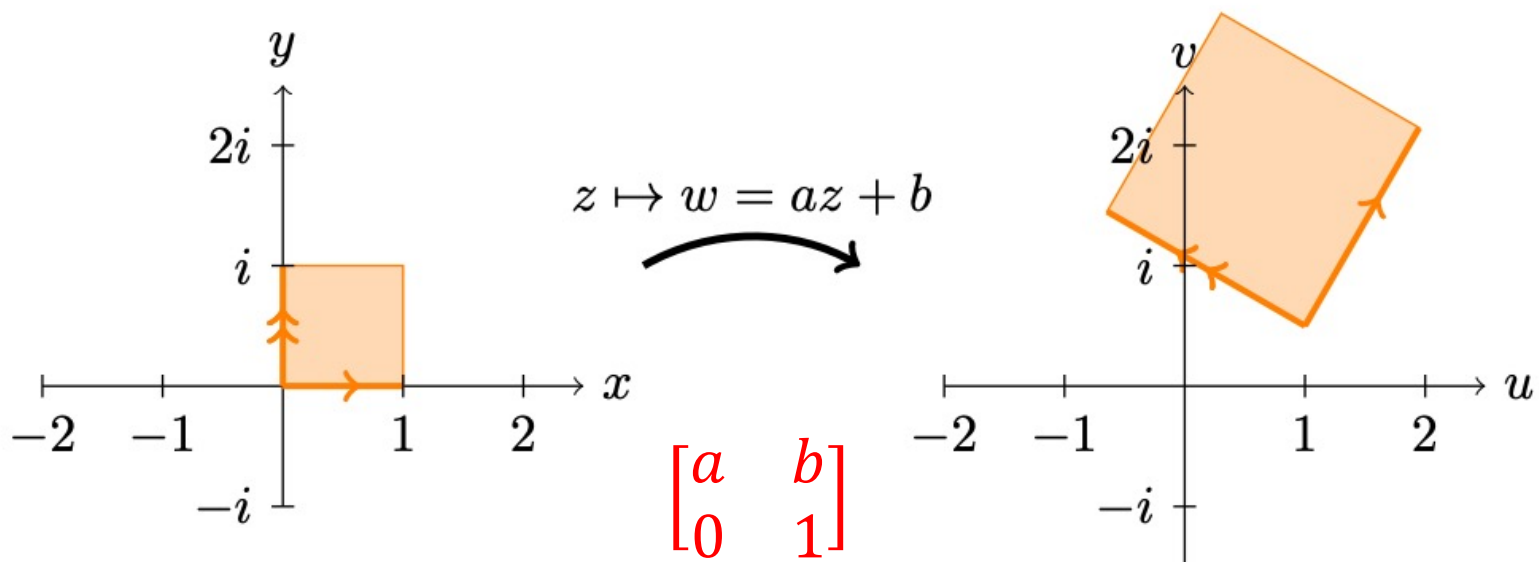
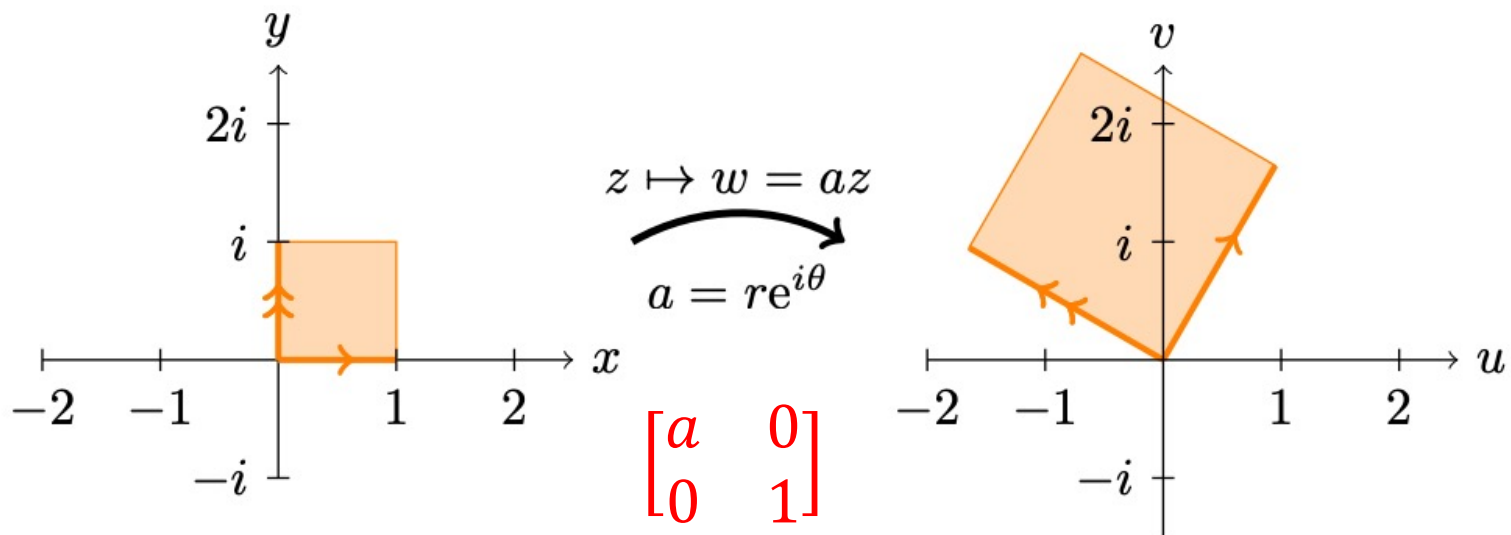
$$\text{変換 } z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}$$

$$\text{変換 } z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}$$

は、代表的な conformal map である。メビウス変換とも呼ばれる。

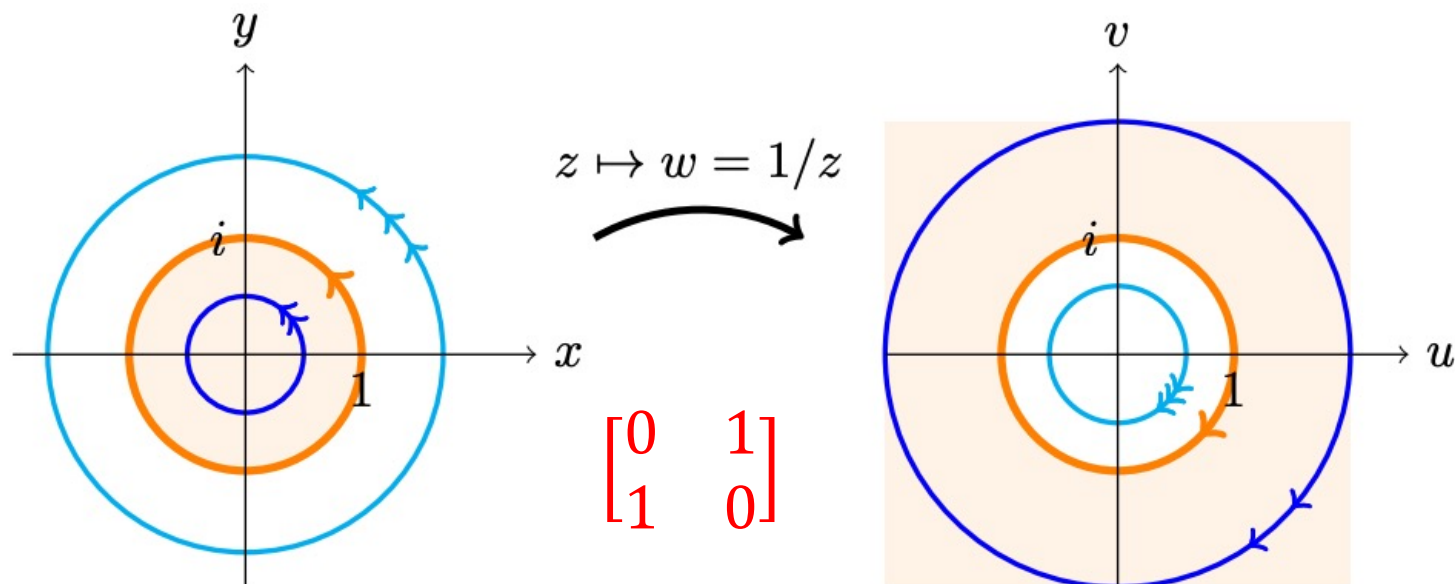
$$T(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

の時、この変換 $T(z)$ を、係数の行列 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ と同一視することができる。

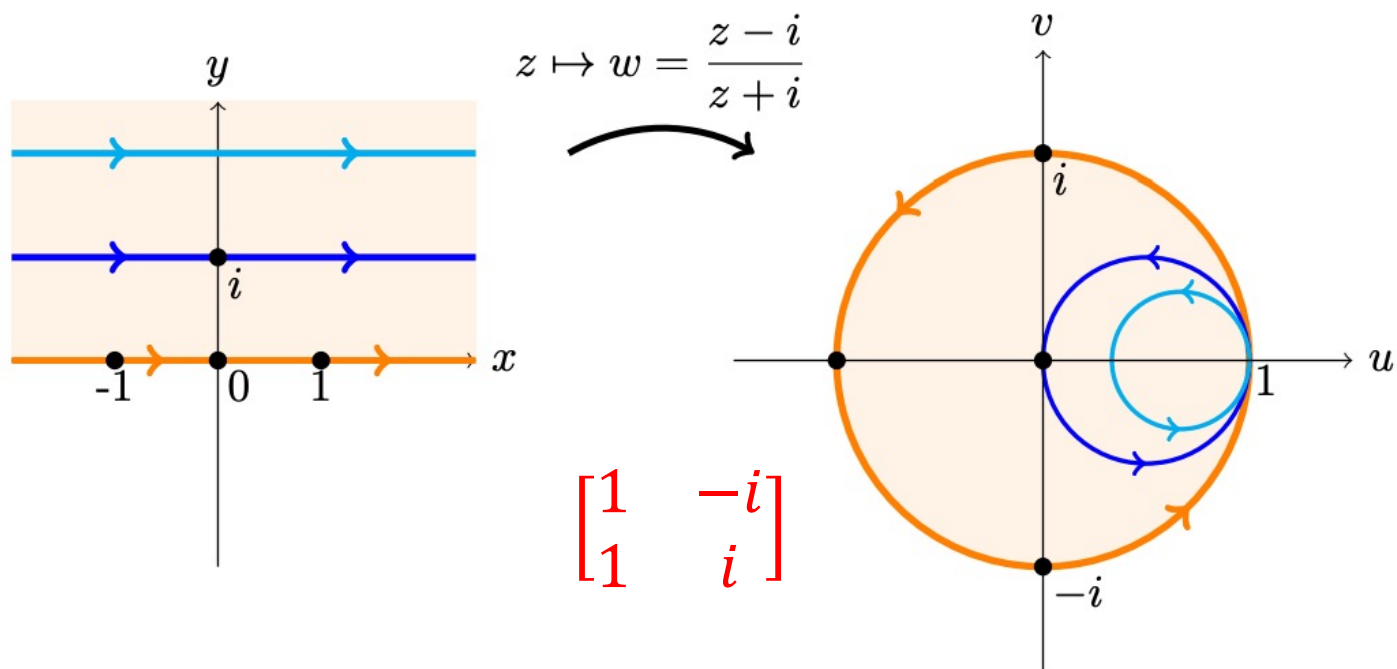


$$\text{変換 } z \mapsto \frac{1}{z}$$

- 原点を通らない直線は、原点を通る円に変換される
- 原点を通る直線は、原点を通る直線に変換される。
- 原点を通らない円は、原点を通らない円に変換される。
- 原点を通る円は、原点を通らない直線に変換される。



$$\text{変換 } z \mapsto \frac{z-i}{z+i}$$



無限を有限なものに変えるやりかた

無限の範囲を有限の範囲に変える

$$R \leftrightarrow 1/R$$

無限大を無限小に、無限小を無限大に変える一番簡単なものは、次の変換である。

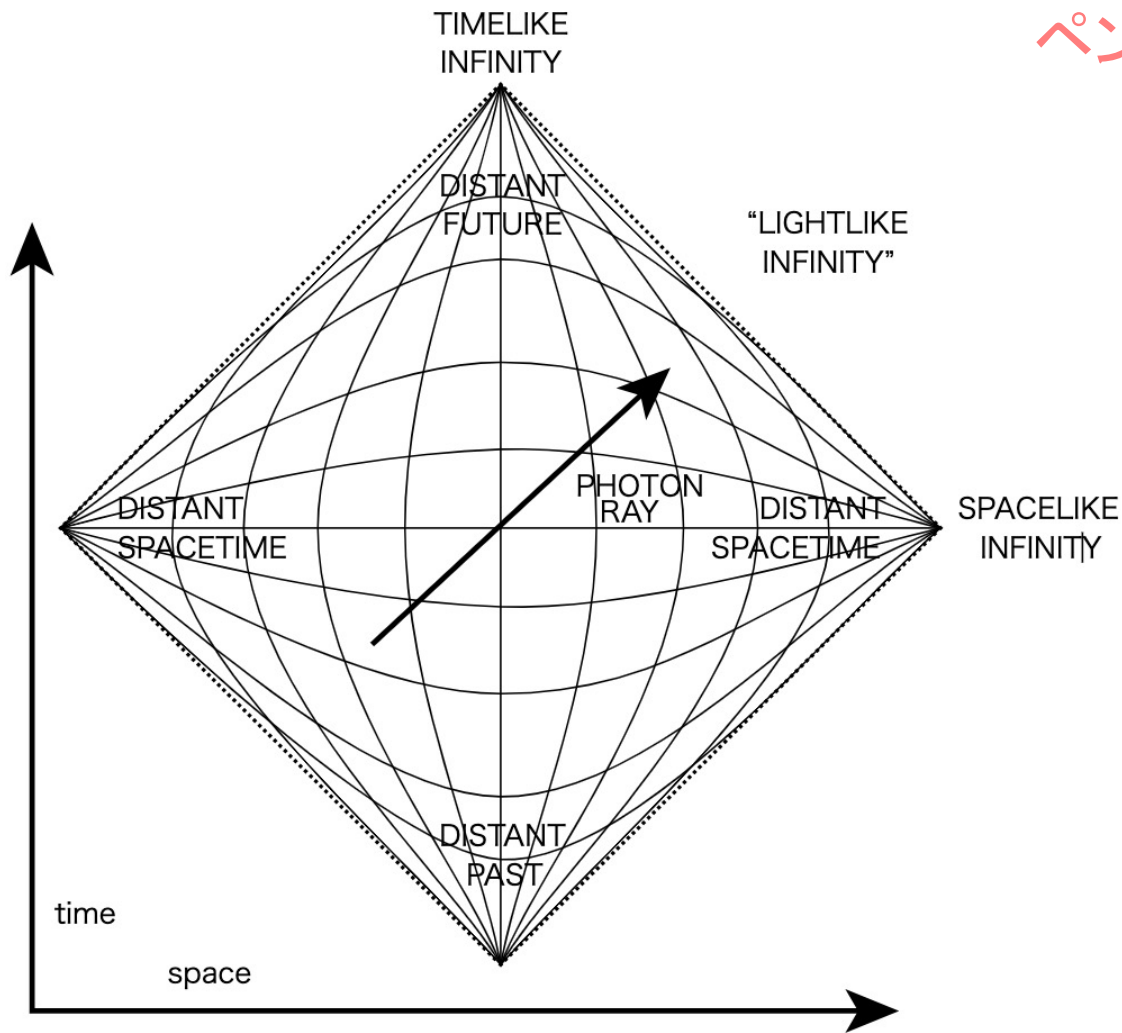
$$R \leftrightarrow 1/R$$

Rが大きくなるにつれて、 $1/R$ は小さくなり、
Rが小さくなるにつれて、 $1/R$ は大きくなる。

$x \geq 0$ の無限の長さの数直線上の任意の大きさの実数は、有限の大きさの $0 \leq x \leq 1$ の範囲の中の実数と、一対一で対応する。逆も、そうである。

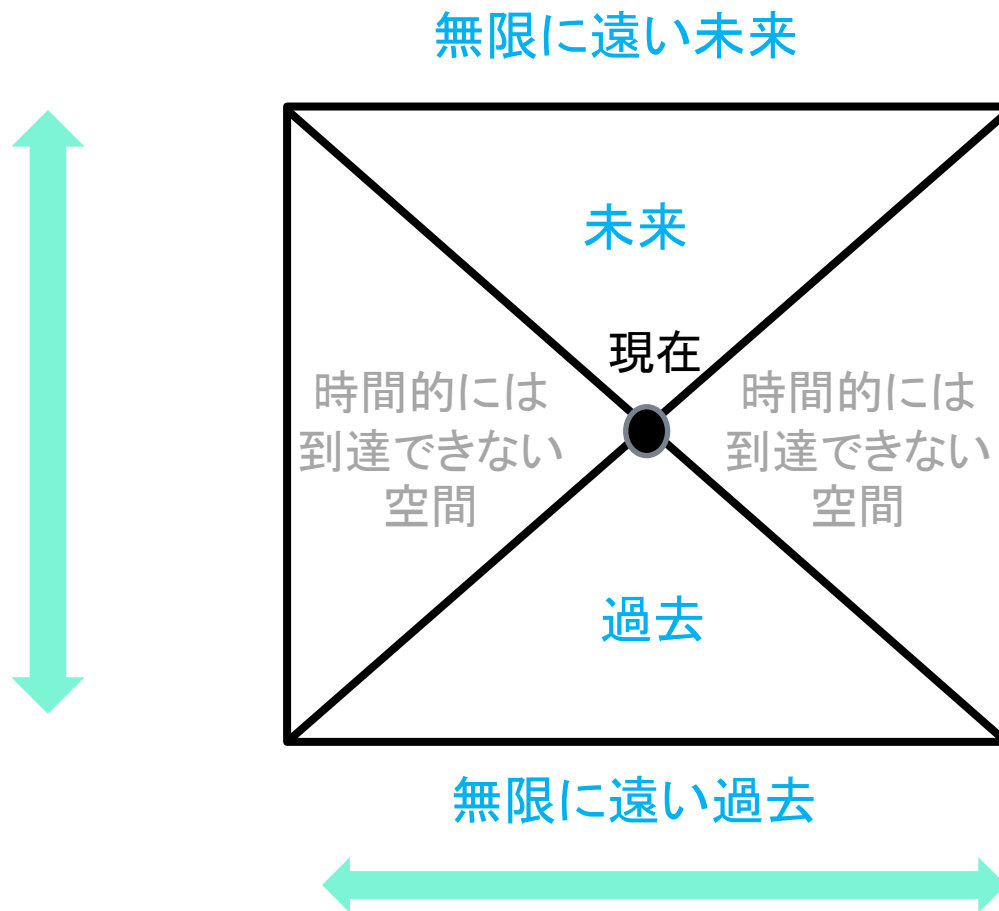
無限の領域を有限の領域で表現する

ペンローズ図

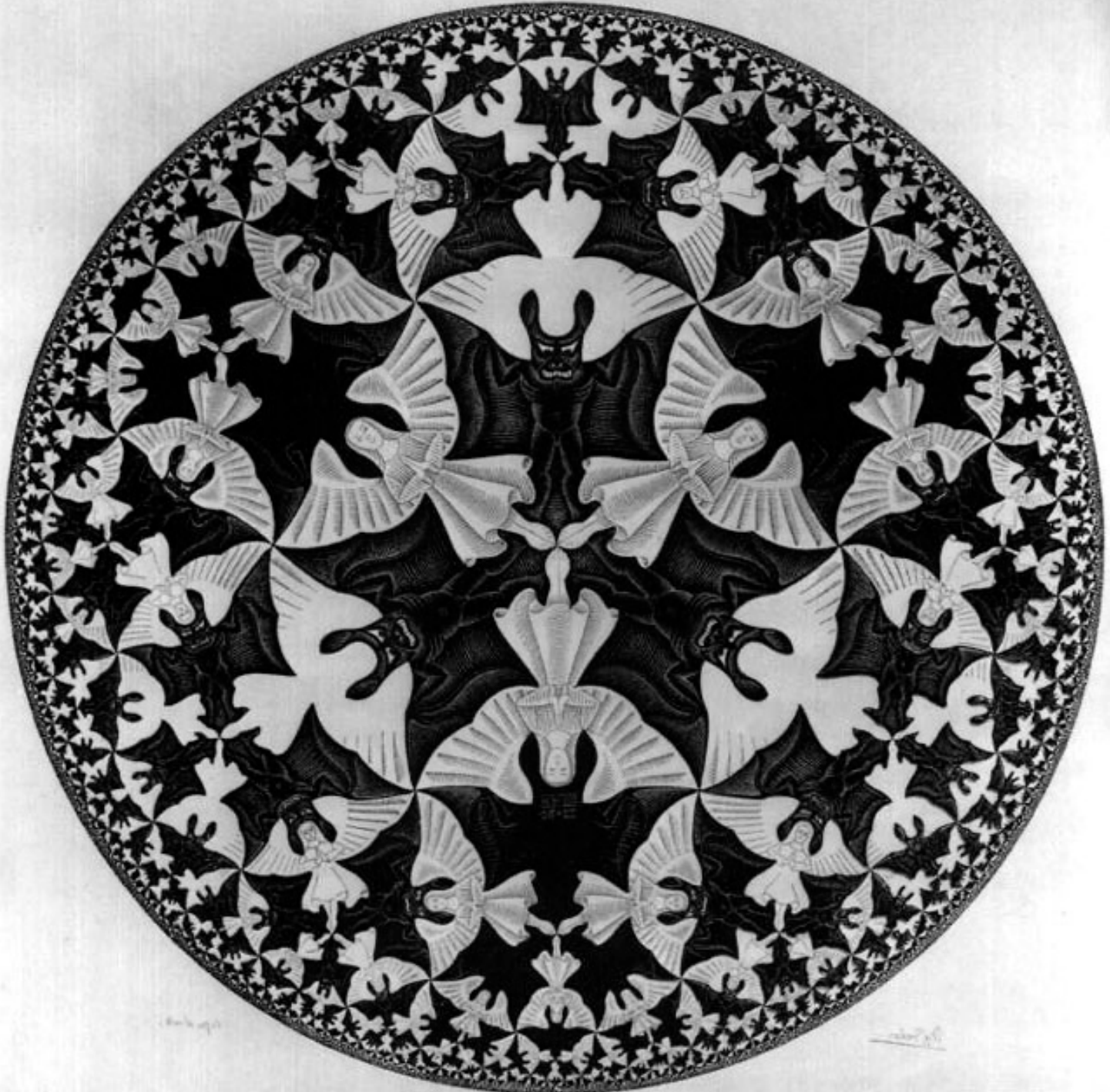


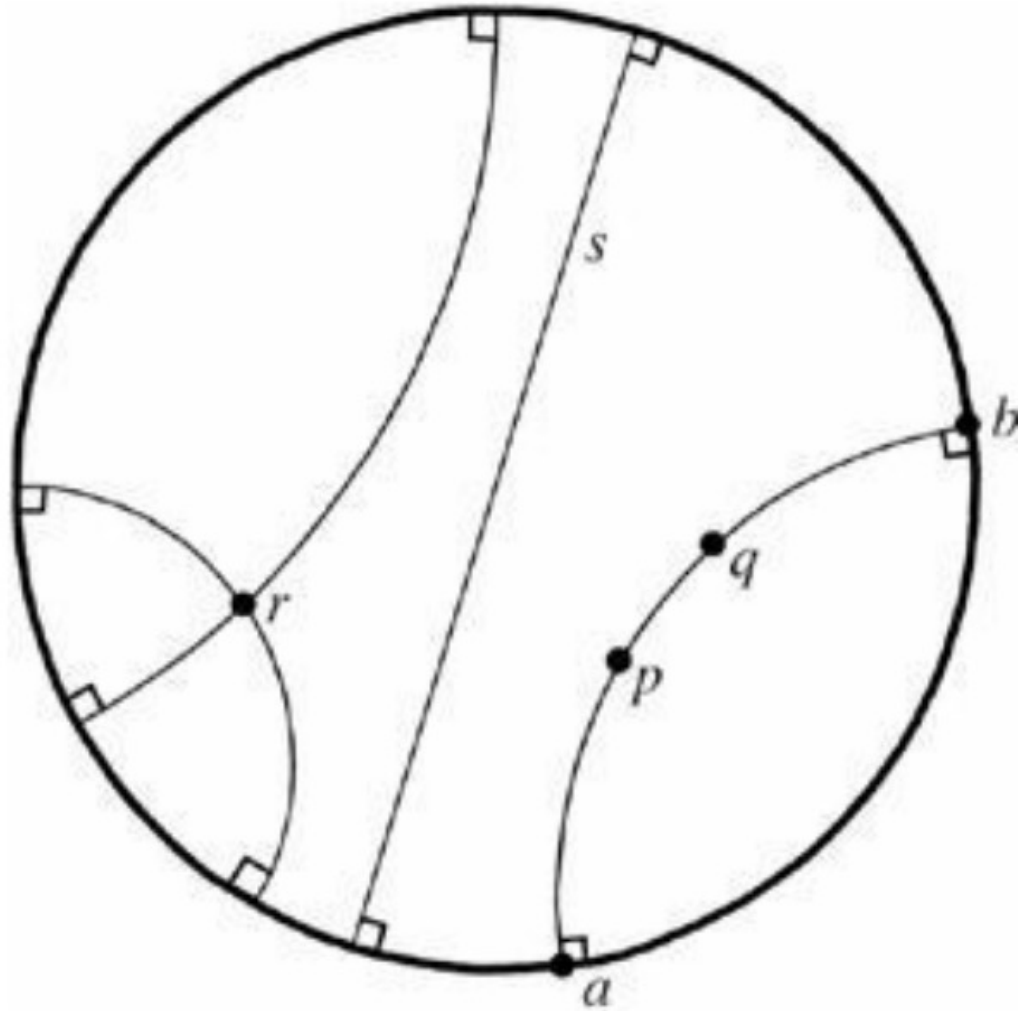
無限の領域を有限の領域で表現する

ペンローズ図

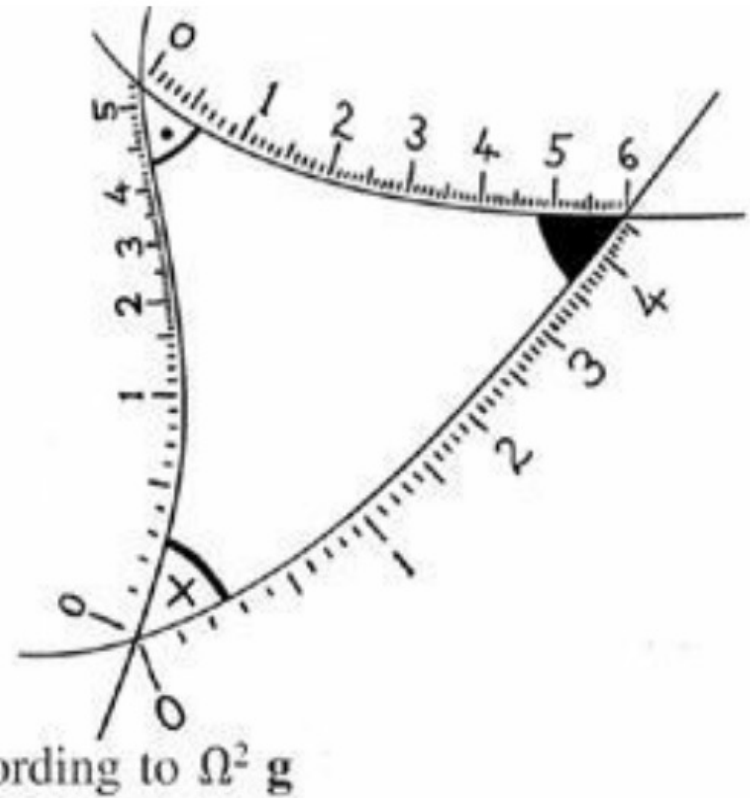
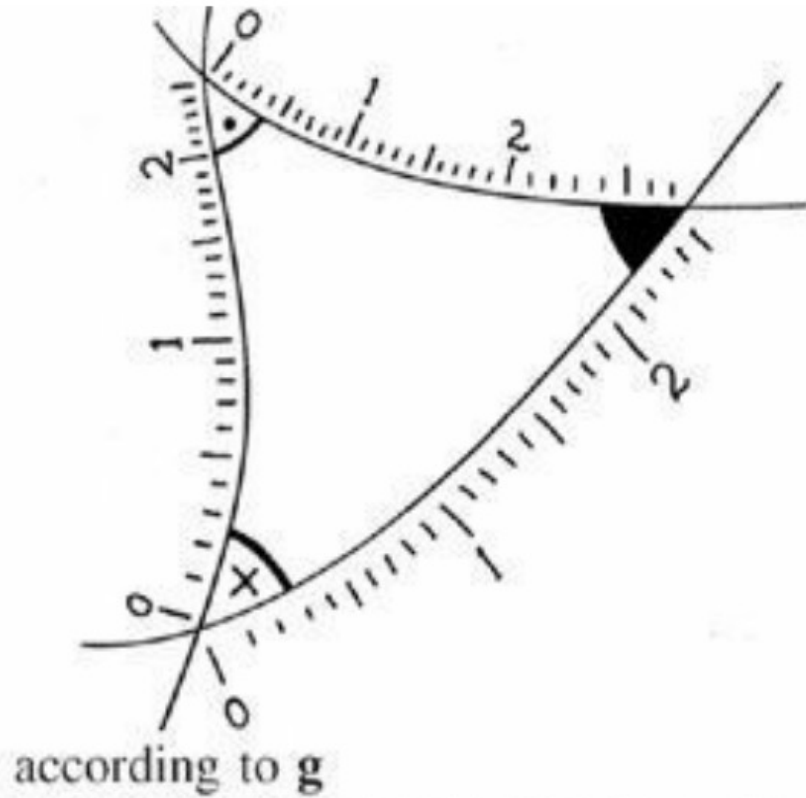


エッシャーの絵で見る Conformalな幾何学






'Straight lines' (geodesics) in conformal representation of hyperbolic geometry are circular arcs meeting the boundary circle at right angles.



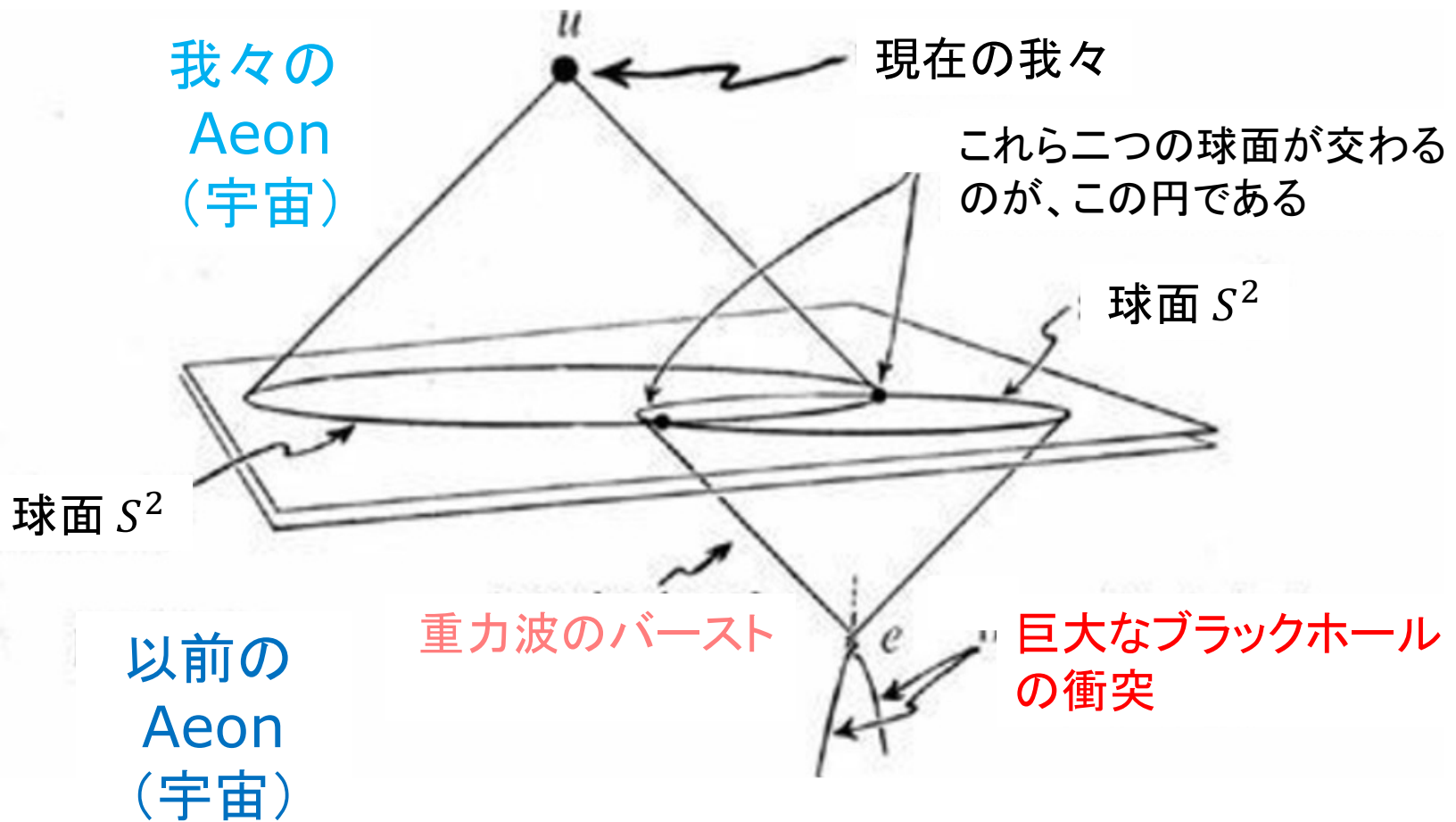
lengths differ, but angles agree

Conformal structure does not fix length measure, but it does fix angles via the ratio of length measures in different directions at any point. Length measure can be rescaled up or down at different points without affecting the conformal structure.

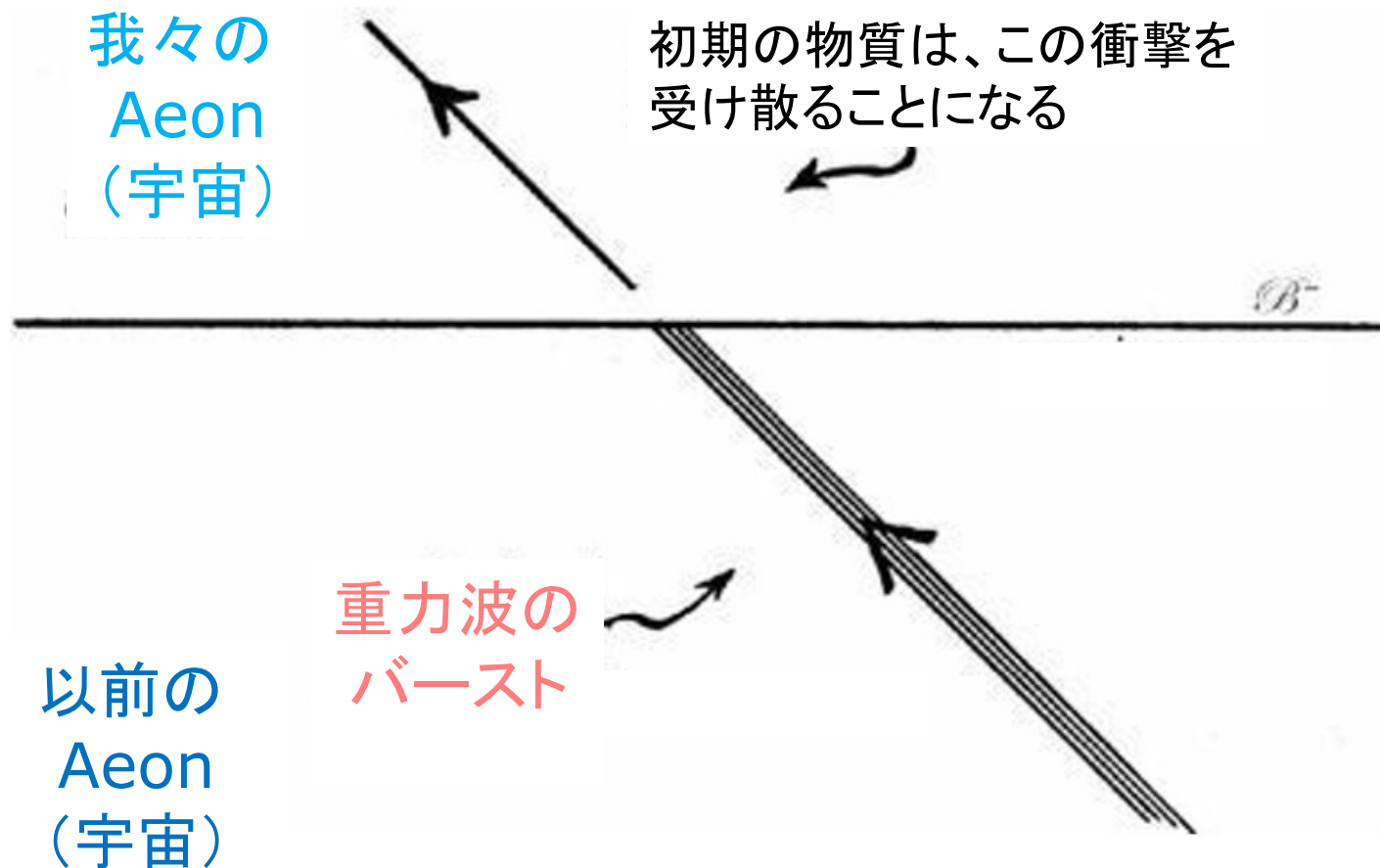
A deep-field image of the universe showing a vast field of galaxies. The galaxies are scattered across the frame, appearing in various colors including blue, red, orange, and purple. Some are bright and clear, while others are faint and distant. The background is a deep black, punctuated by the light of these celestial bodies.

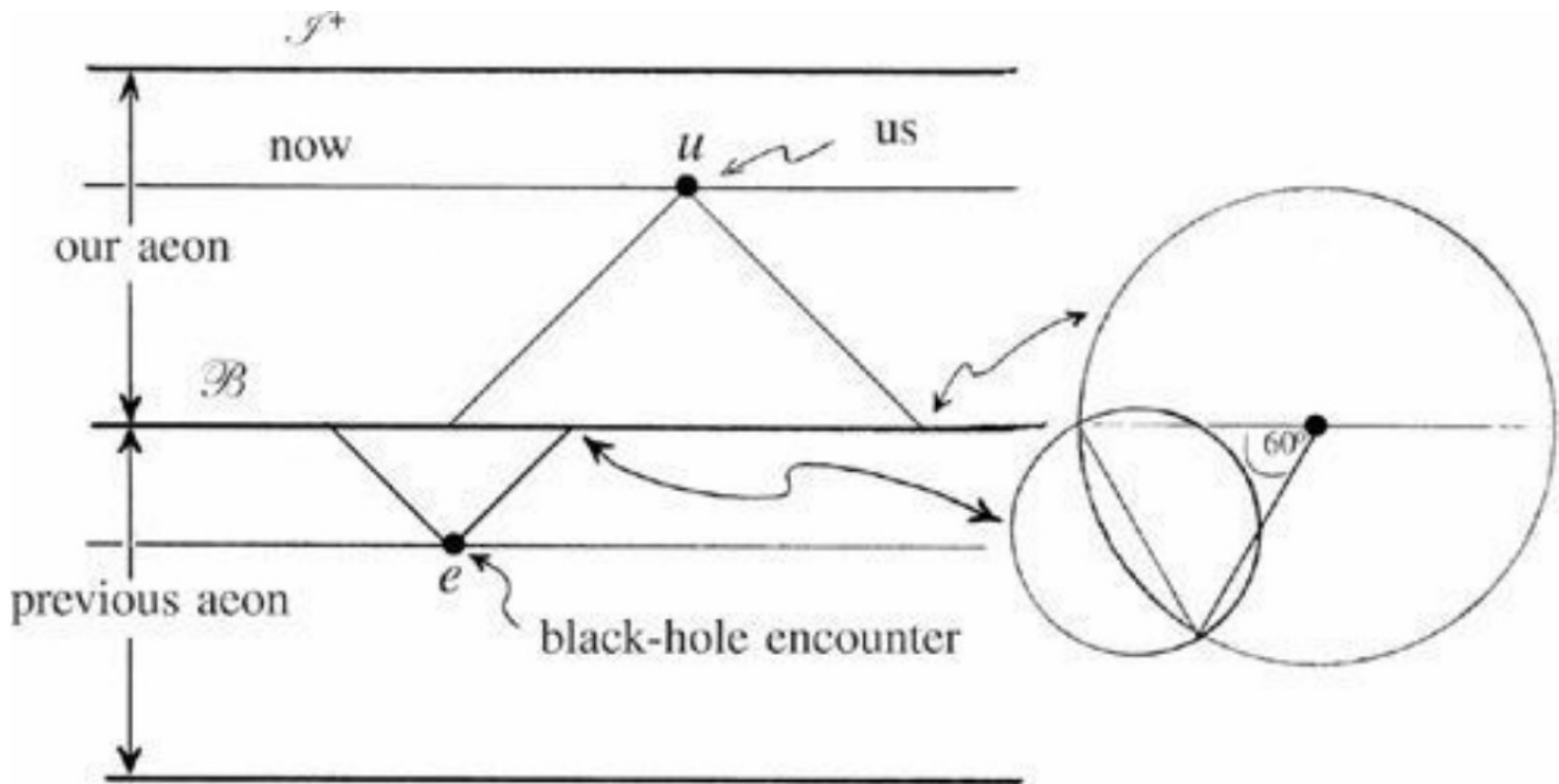
天空に「二重丸」を探せ！

現在の宇宙と過去の宇宙の境界で起きること



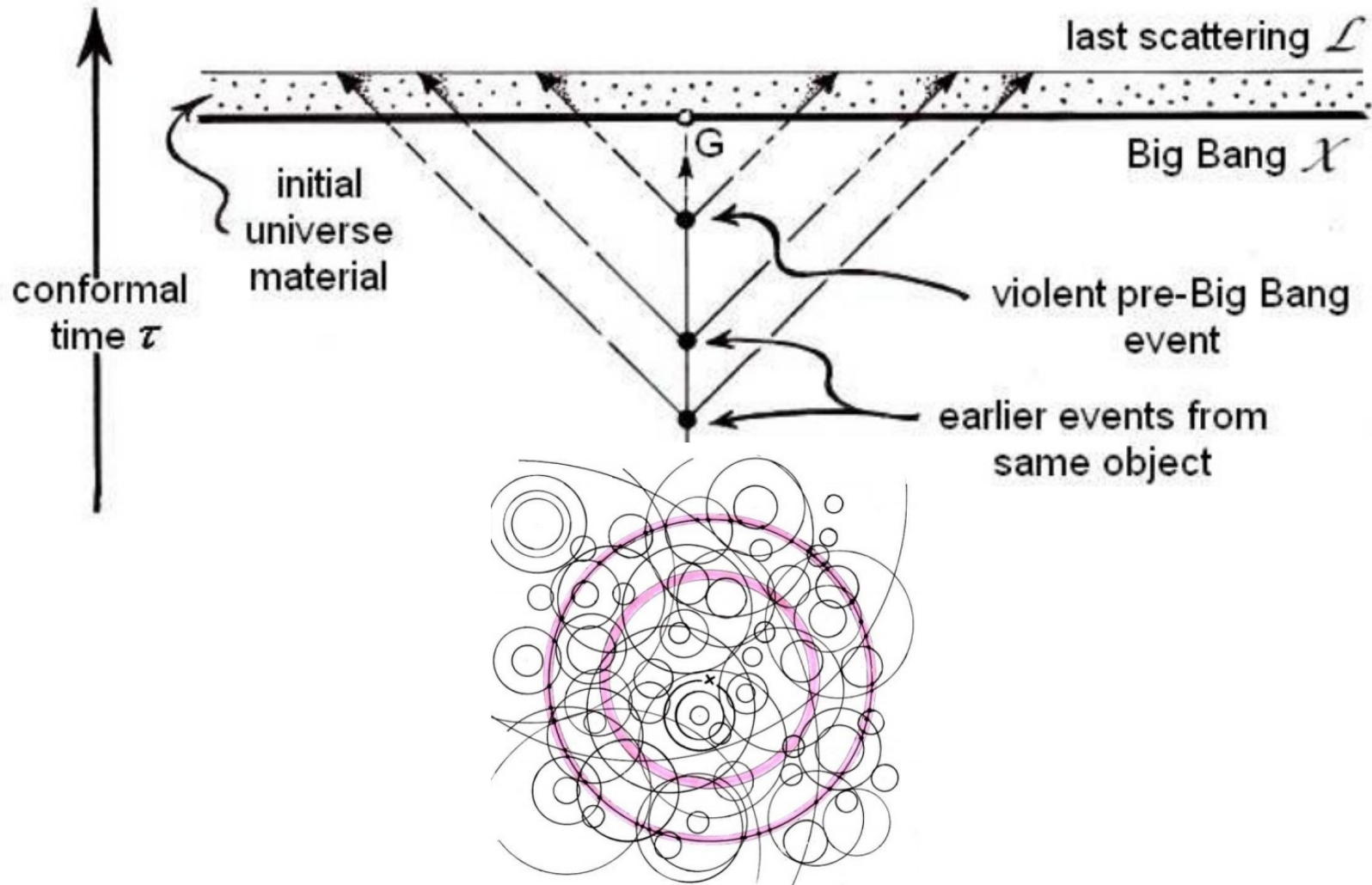
現在の宇宙は、以前の宇宙の 重力波の影響を受ける





We appear to be about $\frac{2}{3}$ of the way up our aeon, in a conformal diagram. If this applies also to the earliest black-hole encounters in the previous aeon, then a cut-off in angular correlations at 60° is to be expected.

それは、均一だと思われる CMB 宇宙背景輻射の
同心円状の乱れとして観測できるはずである

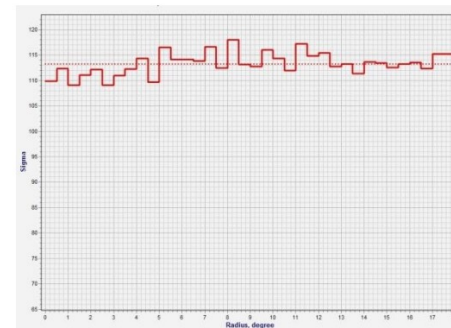
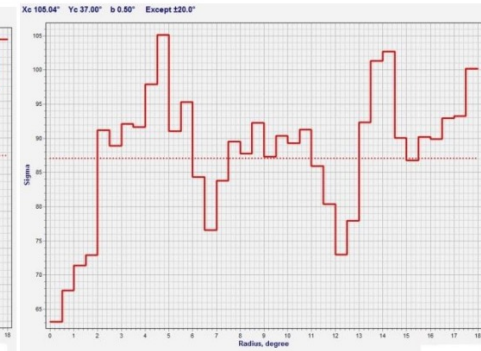
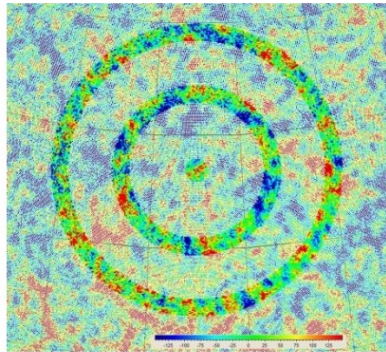


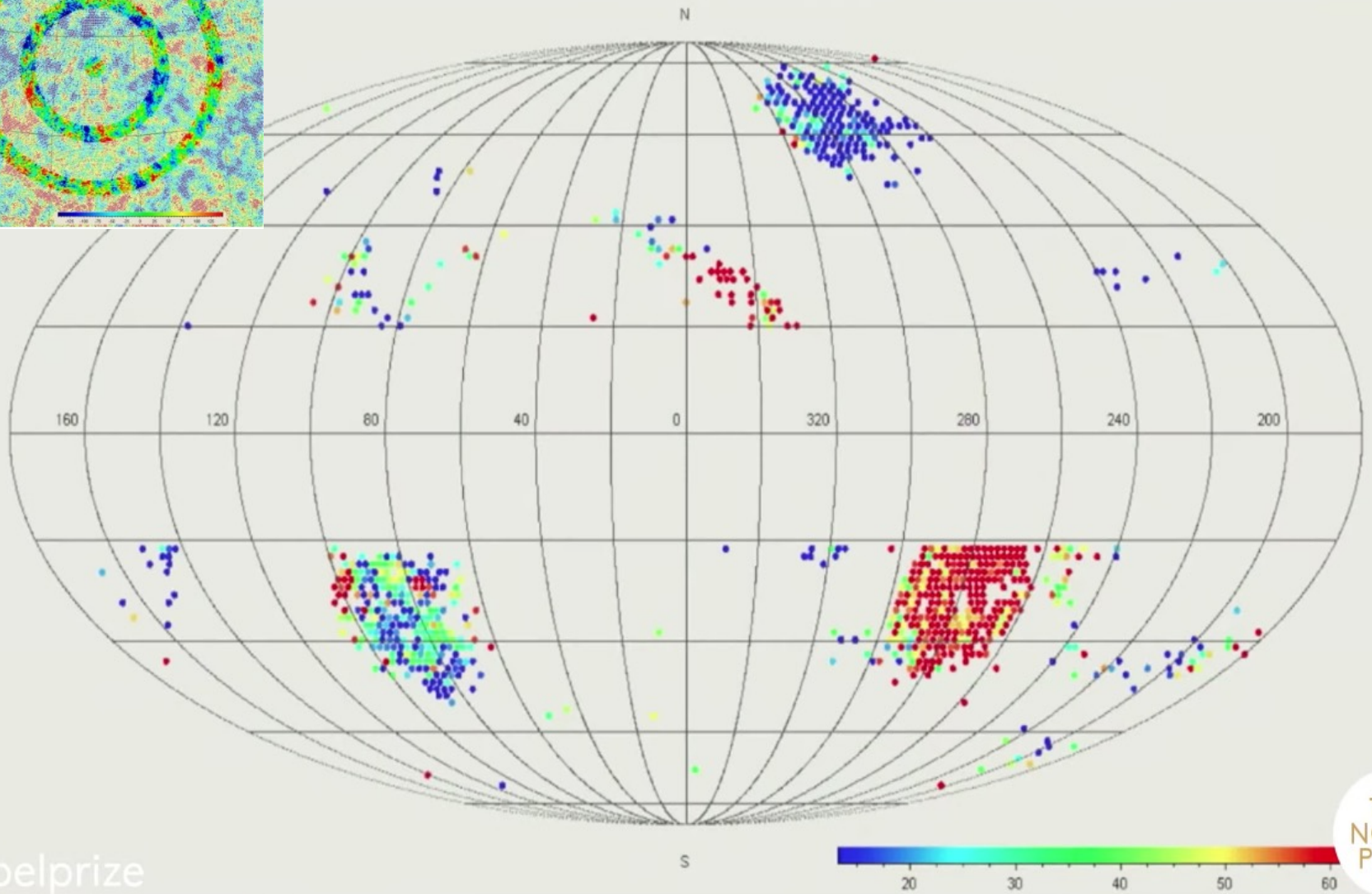
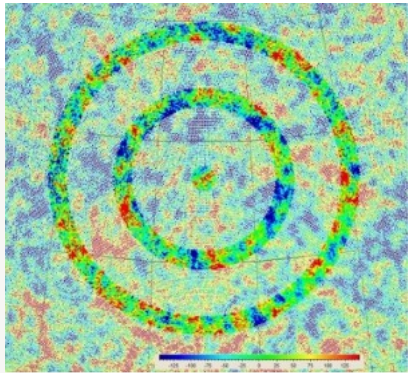
"On CCC-predicted concentric low-variance circles in the CMB sky"
<https://arxiv.org/pdf/1302.5162.pdf>

Concentric circles in WMAP data may provide evidence of violent pre-Big-Bang activity

<https://arxiv.org/pdf/1011.3706.pdf>

我々は、WMAP(Wilkinson Microwave Background Probe)のデータの解析から、そうしたビッグバン以前の暴力的な活動の証拠を見出した。





THE
NOBEL
PRIZE

#nobelprize



